

Р. И. Файзрахманов

КОНСТРУКТИВНЫЙ ВЕРОЯТНОСТНЫЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ ЗАДАЧИ РАЗМЕЩЕНИЯ КРУГОВ И ПРЯМОУГОЛЬНИКОВ

Рассматривается задача двумерной упаковки кругов и прямоугольников различных размеров в полубесконечную полосу заданной ширины. Предложена модификация известной процедуры формирования плотного размещения заданных предметов в полосу. На ее базе разработан вероятностный алгоритм муравьиной колонии. Проведены численные эксперименты на случайно сгенерированных и известных тестовых примерах, которые показали эффективность разработанного алгоритма. *Упаковка в полосу; алгоритм муравьиной колонии; популяция*

ВВЕДЕНИЕ

В промышленности при изготовлении различных видов конечной продукции (труб, заглушек и т. д.) возникает задача оптимального раскроя листов заданных размеров на круглые и прямоугольные заготовки. Эта задача состоит в следующем: известны ширины и длины прямоугольников, радиусы кругов, размеры листов. Требуется разместить в листы заданные предметы без перекрытия друг с другом и с границами листа таким образом, чтобы их количество было минимальным. При этом прямоугольники размещаются так, чтобы их стороны были параллельны границам листа. В данной статье основное внимание уделяется задаче размещения кругов и прямоугольников в полосу заданной ширины. В работе [1] показано, что задача одномерной упаковки в контейнеры принадлежит классу NP-трудных проблем. Что касается задач упаковки большой размерности, то они не менее трудны, поэтому рассматриваемая задача также NP-трудна. Сформулированная задача упаковки относится к классу задач двумерной ортогональной упаковки. В работе [1] приведены постановки и модели таких задач упаковки. Основное внимание в них авторы уделяют методам решения задач прямоугольной упаковки. Задачи упаковки предметов произвольной формы встречаются реже. В связи с этим основное внимание здесь уделяется именно этим задачам. Для их решения разрабатываются как точные [12], так и эвристические методы. Поскольку точные методы не позволяют решать задачи упаковки большой размерности за полиномиальное время, во многих работах уделяется большое внимание разработке приближенных и эвристических методов [2, 13, 14]. В данной статье предлагается конструктивный вероятностный алго-

ритм муравьиной колонии, использующий модифицированную процедуру для плотного размещения заданных предметов в полосу.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Сформулируем математическую постановку задачи. Входными данными являются: W – ширина полосы, $L = \infty$ – длина полосы, n_c – количество кругов, n_r – количество прямоугольников; $l_r = \{1, 2, \dots, n_r\}$ – множество прямоугольников, $l_c = \{1, 2, \dots, n_c\}$ – множество кругов; w_j и l_j – ширина и длина j -го прямоугольника соответственно, $j \in l_r$; r_i – радиус i -го круга, $i \in l_c$. Введем прямоугольную систему координат XOY , у которой оси OX и OY совпадают соответственно с нижней неограниченной и боковой сторонами полосы. Решение задачи представляется в виде набора элементов $\langle X_c, Y_c \rangle$, $\langle X_r, Y_r \rangle$, где $X_c = (x_{1c}, x_{2c}, \dots, x_{n_c c})$, $Y_c = (y_{1c}, y_{2c}, \dots, y_{n_c c})$ – векторы координат центров кругов, $X_r = (x_{1r}, x_{2r}, \dots, x_{n_r r})$, $Y_r = (y_{1r}, y_{2r}, \dots, y_{n_r r})$ – векторы координат прямоугольников, (x_{ic}, y_{ic}) – координаты центра i -го круга, (x_{jr}, y_{jr}) – координаты верхнего левого угла прямоугольника соответственно по оси X и Y . Наборы элементов $\langle X_c, Y_c \rangle$, $\langle X_r, Y_r \rangle$ называются допустимой упаковкой, если выполняются следующие условия:

1^0 Стороны прямоугольников параллельны границам полосы (условие ортогональности).

Пусть (x_{jl}, y_{jl}) – координаты l -й вершины j -го прямоугольника, тогда условие ортогональности можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} & ((x_{jl} = x_j) \vee (x_{jl} = x_j + l_j)) \wedge \\ & \wedge ((y_{jl} = y_j) \vee (y_{jl} = y_j + w_j)). \end{aligned} \quad (1)$$

2^0 Прямоугольники $j, s \in I_r$ ($j \neq s$), не перекрывают друг друга:

$$\begin{aligned} & ((x_{sr} \geq x_{jr} + l_j) \vee (x_{jr} \geq x_{sr} + l_s)) \vee \\ & \vee ((y_{sr} \geq y_{jr} + w_j) \vee (y_{jr} \geq y_{sr} + w_s)). \end{aligned} \quad (2)$$

3⁰ Прямоугольники $j \in I_r$ не выходят за границы полосы:

$$(x_{jr} \geq 0) \wedge (y_{jr} \geq 0) \wedge ((y_{jr} + w_j) \leq W). \quad (3)$$

4⁰ Круги $i \in I_c$ не выходят за границы полосы:

$$(x_{ic} \geq r_i) \wedge (y_{ic} \geq r_i) \wedge ((y_{ic} + r_i) \leq W). \quad (4)$$

5⁰ Круги $i, k \in I_c$ не перекрывают друг друга:

$$(x_{ic} - x_{kc})^2 + (y_{ic} - y_{kc})^2 \geq (r_i + r_k)^2. \quad (5)$$

6⁰ Круги $i \in I_c$ и прямоугольники $j \in I_r$ не перекрывают друг друга:

$$\begin{aligned} & ((x_{ic} + r_i \leq x_{jr}) \vee (x_{jr} + l_j \leq x_{ic} - r_i) \vee \\ & \vee (y_{jr} + w_j \leq y_{ic} - r_i) \vee (y_{ic} + r_i \leq y_{jr})) \vee \\ & \vee (((x_{ic} - x_{jr})^2 + (y_{ic} - y_{jr})^2 \geq r_i^2) \wedge \\ & \wedge (x_{ic} < x_{jr}) \wedge (y_{ic} < y_{jr})) \vee \\ & \vee (((x_{ic} - x_{jr} - l_j)^2 + (y_{ic} - y_{jr})^2 \geq r_i^2) \wedge \\ & \wedge (x_{ic} > (x_{jr} + l_j)) \wedge (y_{ic} < y_{jr})) \vee \\ & \vee (((x_{ic} - x_{jr})^2 + (y_{ic} - y_{jr} - w_j)^2 \geq r_i^2) \wedge \\ & \wedge (x_{ic} < x_{jr}) \wedge (y_{ic} > (y_{jr} + w_j))) \vee \\ & \vee (((x_{ic} - x_{jr} - l_j)^2 + (y_{ic} - y_{jr} - w_j)^2 \geq r_i^2) \wedge \\ & \wedge (x_{ic} > (x_{jr} + l_j)) \wedge (y_{ic} > (y_{jr} + w_j))). \end{aligned} \quad (6)$$

При выполнении условий допустимости 1⁰ – 6⁰ требуется найти $\min L$, где L – длина ее занятой части полосы.

Для решения сформулированной задачи разработан алгоритм на базе конструктивной метаэвристики муравьиной колонии [10]. Конструктивные методы строят решение задачи покомпонентно, добавлением нового компонента к частично построенному решению до тех пор, пока оно не построено полностью. Для определения позиций, в которые следует разместить заданные предметы, применяется процедура $ABLP^+$, являющаяся модификацией известной процедуры $ABLP$ [2].

2. ПРОЦЕДУРА $ABLP^+$

Процедура $ABLP$ формирует конечное множество позиций для размещения кругов различного радиуса относительно друг друга. Первый круг размещается в верхнем левом углу полосы. Для каждого последующего размещаемого круга позиции определяются следующим образом. Каждый упакованный круг очерчивается горизонтальными и вертикальными прямыми (на рис. 1 они выделены пунктирными линиями). Пусть (x_{ic}, y_{ic}) – координаты центра i -го упакованного круга, а (x_{kc}, y_{kc}) – координаты центра k -го круга, который предстоит разместить. Эти круги должны быть размещены относительно друг друга таким образом, чтобы иметь одну

точку касания. Это условие равнозначно тому, что при этом можно построить круг радиуса $r_i + r_k$. На рис. 1 показан уже упакованный круг и выделено 5 возможных позиций для размещения следующего компонента – круга.

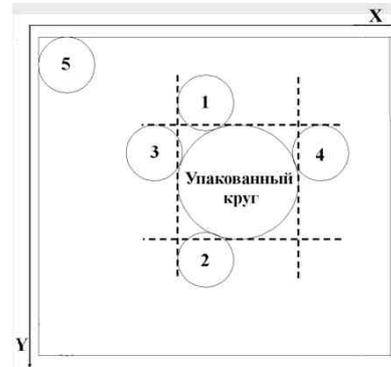


Рис. 1. Позиции, создаваемые упакованным кругом для размещения очередного круга

Рассмотрим расширенную процедуру $ABLP^+$, создающую конечное множество позиций для размещения кругов и прямоугольников. Ниже приведена общая схема этой процедуры, состоящая в выполнении трех шагов.

Процедура $ABLP^+$

1. Размещение первого компонента из множества $I_c \cup I_r$ в верхнем левом углу полосы в позицию с координатой $(0,0)$.

2. Формирование списка S возможных позиций для размещения следующего компонента из множества $I_c \cup I_r$ и удаление из него тех позиций, которые не обеспечивают допустимость упаковки.

В результате выполнения шагов 1 и 2 процедуры список S содержит две позиции, определяющие координаты левого верхнего и левого нижнего углов полосы, и позиции для взаимного расположения компонент. На рис. 2 показан уже упакованный круг и выделено 6 возможных позиций для размещения следующего компонента – прямоугольника. На рис. 3 для уже упакованного прямоугольника приведены возможные позиции для расположения очередных компонент – круга и прямоугольника.

При этом для каждой пары уже размещенных кругов i и k , как и в процедуре $ABLP$, находятся две позиции для размещения следующего круга. На рис. 4 приведена иллюстрация такого размещения.

Координаты позиций 1, 2 для размещения очередного m -го круга находятся из системы уравнений:

$$\begin{cases} \sqrt{(x_{ic} - x_{mc})^2 + (y_{ic} - y_{mc})^2} = r_{ic} + r_{mc}; \\ \sqrt{(x_{kc} - x_{mc})^2 + (y_{kc} - y_{mc})^2} = r_{kc} + r_{mc}, \end{cases} \quad (7)$$

где (x_{mc}, y_{mc}) – искомые координаты центра круга для последующего размещения, (x_{ic}, y_{ic}) , (x_{kc}, y_{kc}) – известные координаты центров уже упакованных кругов i и k .

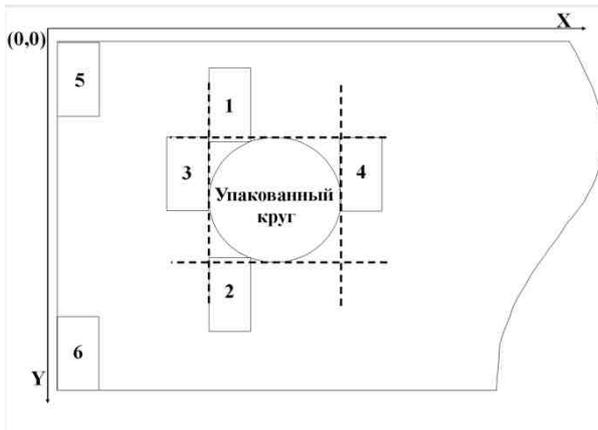


Рис. 2. Позиции, создаваемые упакованным кругом для размещения очередного прямоугольника

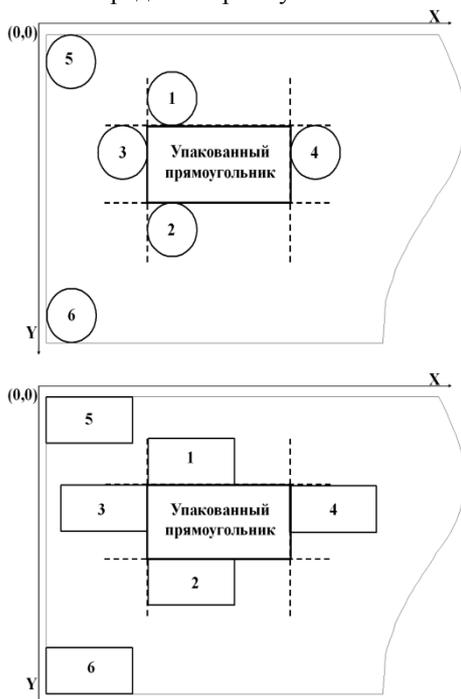


Рис. 3. Позиции, создаваемые упакованным прямоугольником для размещения следующего круга (сверху) и прямоугольника (снизу)

3. Выбор из списка S лучшей позиции – самой левой, которая обеспечивает касание компонент.

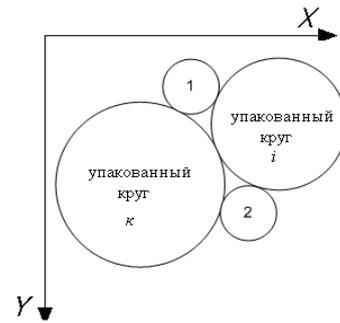


Рис. 4. Позиции 1, 2, образованные парой упакованных кругов i, k

3. АЛГОРИТМ МУРАВЬИНОЙ КОЛОНИИ

Алгоритм муравьиной колонии, предложенный впервые Dorigo M. и др. [3], появился в результате анализа поведения реальной муравьиной колонии. Известно, что при перемещении муравей «помечает» пройденный путь капельками пахучей жидкости – феромоном, который привлекает других муравьев и позволяет им найти кратчайший путь от муравейника до источника пищи.

Алгоритм муравьиной колонии относится к классу метаэвристик. Под метаэвристикой понимают вероятностные итерационные алгоритмы, допускающие абстрактный уровень описания, что позволяет применять их к любым задачам комбинаторной оптимизации. Алгоритм муравьиной колонии относится к конструктивным вероятностным алгоритмам, реализующим мультиагентный подход. Искусственный муравей (агент) – рандомизированный жадный алгоритм, строящий решение задачи покомпонентно. Известны различные алгоритмы муравьиной колонии, лучшими из которых, как показали численные эксперименты, признаны: Ant Colony Optimization (ACO), Ant Colony System (ACS) и Max-Min Ant System (MMAS) [3, 4, 5]. Известны применения алгоритмов муравьиной колонии к ряду трудных задач комбинаторной оптимизации [6, 7, 8, 9].

Для применения алгоритма муравьиной колонии к задаче комбинаторной оптимизации необходимо определить его основные характеристики: компонент решения, эвристическую информацию (отражающую желательность выбора того или иного компонента решения); феромон (число, показывающее насколько часто агентами использовались компоненты решения на предыдущих итерациях). Решение задачи, построенное каждым агентом, формируется из компонент на основе накопления и использования статистической информации – искусствен-

ных следов феромона и специфичной для задачи эвристической информации.

Для рассматриваемой задачи упаковки кругов и прямоугольников компонентом решения является предмет (прямоугольник или круг), феромон τ_{ij} наносится на последовательности из двух предметов (i, j) , где $i = 1, 2, \dots, n_c$; $j = 1, 2, \dots, n_r$, n_r – количество прямоугольников, n_c – количество кругов. Эвристическая информация η_{ij} для последовательности предметов (i, j) , где i – последний компонент, добавленный некоторым агентом в свое решение, а j – один из компонентов-кандидатов на добавление в решение, определяется как площадь предмета:

$$\eta_{ij} = (w_j \cdot l_j) \cdot \gamma + (\pi \cdot r_i^2) \cdot (1 - \gamma), \quad (8)$$

где:

$$\gamma = \begin{cases} 1, & \text{если компонент } j \in I_r, \\ 0, & \text{если компонент } i \in I_c. \end{cases}$$

В работе [10] приведен алгоритм муравьиной колонии, основанный на популяции (P-ACO), который был выбран для решения рассматриваемой задачи упаковки. Он базируется на алгоритме АСО, а также идее генетического алгоритма. Ниже приведена общая схема алгоритма P-ACO.

Алгоритм P-ACO

Вход: $P = \emptyset$; k – размерность популяции; m – количество агентов;

Выход: лучшее найденное решение

1. Инициализация параметров
2. Повторять, пока не выполнен критерий

останова:

2.1. Для всех агентов m выполнить:

2.1.1. Построить решение (τ, η)

2.2. Определить среди решений, построенных агентами, лучшее решение

2.3. Если $|P| = k$, то удалить из популяции решение по одной из стратегий

2.3.1. Выполнить обновление феромона

2.4. Добавить лучшее решение в популяцию P

2.4.1. Выполнить обновление феромона

3. Выдать результат – лучшее решение

В начале алгоритма P-ACO популяция пуста. В течение первых k итераций в популяцию P мощности k добавляется лучшее решение каждой итерации, полученное агентами, причем никакое решение не удаляется из популяции. Добавление решений происходит до тех пор, пока размер популяции $|P|$ не станет равным заданному числу k , в противном случае происходит обновление популяции (удаление из по-

пуляции и добавление в него нового решения) на основании одной из приведенных стратегий:

1) Стратегия Age. Просматриваются все решения популяции и удаляется самое «старое» решение, вместо которого добавляется новое лучшее решение.

2) Стратегия Quality. Из популяции, состоящей из объединения k решений и решения, полученного на $k+1$ -й итерации, удаляется худшее решение.

3) Стратегия Prob. Пусть u_i – некоторое решение, $f(u_i)$ – значение целевой функции. Удаление решения u_i из популяции происходит с некоторой вероятностью p_i , которая определяется следующим образом:

$$p_i = \frac{x_i}{\sum_{i=1}^{k+1} x_i}, \quad (9)$$

$$x_i = f(u_i) - \min_{j=1..k+1} f(u_j) + g(u), \quad (10)$$

$$g(u) = \frac{1}{k+1} \sum_{j=1}^{k+1} f(u_j) - \min_{j=1..k+1} f(u_j). \quad (11)$$

Обновление феромона происходит лишь для решений популяции: если решение вводится в популяцию, к значению феромона добавляется величина Δ ; если решение удаляется из популяции, значение феромона уменьшается на величину Δ , где

$$\Delta = (\tau_{\max} - \tau_{\text{init}}) / k. \quad (12)$$

Критерием остановки алгоритма выступает либо количество итераций, либо время работы.

Ниже приведен алгоритм P-ACO для задачи упаковки кругов и прямоугольников.

Алгоритм P-ACO

Вход: W – ширина полосы; n_c – количество кругов; n_r – количество прямоугольников; w_j, l_j – ширина и длина j -го прямоугольника соответственно, r_i – радиус i -го круга.

Выход: лучшее найденное решение (карта упаковки)

1. Инициализация параметров алгоритма: k – размерность популяции; m – количество агентов; α – коэффициент влияния феромона; β – коэффициент влияния эвристической информации; τ_{init} – начальное значение феромона; τ_{\max} – значение феромона; $P = \emptyset$.

2. Повторять, пока не выполнен критерий остановки:

2.1. Выбрать компонент из множества $I_c \cup I_r$ и поместить его в верхний левый угол полосы

2.2. Для каждого из m агентов, не завершивших построение решений, выполнить:

2.2.1. Выбрать следующий компонент из множества $I_c \cup I_r$

2.2.2. Добавить выбранный компонент к частично построенному решению с помощью процедуры АВРЛ⁺

2.3. Определить среди решений, построенных агентами, лучшее решение – упаковку с наименьшей длиной занятой части полосы

2.4. Если $|P| = k$, то удалить из популяции решение по одной из стратегий

2.4.1. Выполнить обновление феромона

2.5. Добавить лучшее решение в популяцию P

2.5.1. Выполнить обновление феромона

3. Выдать результат – лучшее решение

3. ЧИСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Предложенный алгоритм запрограммирован на языке C++ и тестировался на вычислительной машине Intel Quadra 2,4 GHz. Раздел численных экспериментов состоит из двух частей. В первой части рассматривается задача упаковки прямоугольников, кругов и одновременная упаковка кругов и прямоугольников в полосу. Проводится проверка работоспособности алгоритма как на примерах малой, так и большой размерности. Во второй части рассматривается задача одновременной упаковки кругов и прямоугольников в полосу на случайно сгенерированных примерах. Проводится анализ качества работы алгоритма путем сравнения с нижними и верхними оценками, также проводится сравнение с результатами, полученными ранее другим автором.

3.1. Упаковка кругов и прямоугольников

Цель следующих трех экспериментов заключается в проверке работоспособности алгоритма Р-АСО на следующих задачах: упаковка прямоугольников, кругов и одновременная упаковка кругов и прямоугольников в полосу. Критерием качества решения выступает коэффициент упаковки (КУ):

$$КУ = \frac{\sum_{i \in I_c} \sum_{j \in I_r} \eta_{ij}}{W \cdot L}, \quad (13)$$

Для упаковки прямоугольников в полосу рассмотрены одиннадцать примеров из международной OR-библиотеки тестовых примеров <http://people.brunel.ac.uk/mastjbb/jeb/info.html>. Их количество изменяется от 17 до 197. Алгоритм Р-АСО запускался 10 раз для каждого примера при следующих параметрах: $\alpha = 1,8$; $\beta = 3,9$; количество агентов $m = 12$; размер популяции $k = 15$; начальное значение феромона $\tau_{init} = 0,05$; максимальное значение феромона $\tau_{max} = 0,85$; ширина полосы $W = 300$. На выполнение каждого примера алгоритму было отведено 15 мин. Для упаковки кругов были сформированы классы тестовых примеров C1, C2, C3, а для одновременной упаковки кругов и прямоугольников – классы CR1, CR2, CR3. При этом каждый класс состоит из трех примеров. Например, в классе C1 сгенерировано три примера C11, C12, C13, размерность которых меняется от 100 до 500 предметов. Для классов CR1, CR2, CR3 размеры прямоугольников были взяты из OR-библиотеки, а радиусы r_{jc} кругов выбирались случайно: $r_{jc} \in [0.1W, \dots, 0.5W]$. Алгоритм Р-АСО запускался 10 раз для каждого примера при следующих параметрах: $\alpha = 1,7$; $\beta = 2,04$; количество агентов $m = 12$; размер популяции $k = 10$; начальное значение феромона $\tau_{init} = 0,05$; максимальное значение феромона $\tau_{max} = 0,85$; ширина полосы $W = 300$. На выполнение каждого примера алгоритму было отведено 15 мин. В табл. 1 приведены результаты численного эксперимента.

Таблица 1
Значения длин полосы для задач упаковки кругов и одновременной упаковки кругов и прямоугольников

Класс (примеры)	n	Решение (КУ)		
C1(C11,C12,C13)	100	0,801	0,808	0,8
C2(C21,C22,C23)	200	0,809	0,811	0,811
C3(C31,C32,C33)	500	0,828	0,828	0,828
CR1(CR11,CR12, CR13)	100	0,88	0,827	0,883
CR2(CR21,CR22, CR23)	200	0,899	0,902	0,901
CR3(CR31,CR32, CR33)	500	0,893	0,893	0,896

Численный эксперимент показал эффективность разработанного алгоритма и дал хорошие коэффициенты упаковки (КУ). Лучшие результаты (близкие к 0,9) получены на примерах CR2 и CR3.

Таблица 2

Значение длины полосы для задач упаковки кругов и прямоугольников

Пример	Параметры примера				Оценки		TS	P-ACO
	w	n	n_c	n_r	LB	LU	Среднее	Среднее
CR1P01	10	7	3	4	8.986	10	10	10
CR1P02	10	8	4	4	8.960	10	10	10
CR1P03	10	7	4	3	8.689	10	10	10
CR2P01	20	17	7	10	17.833	20	20	20
CR2P02	20	17	8	9	17.317	20	19,909	19,980
CR2P03	20	17	6	11	17.693	20	20	20.34
CR3P01	40	25	10	15	13.460	15	15,266	15,345
CR3P02	40	25	6	19	13.830	15	16,170	15,980
CR3P03	40	25	14	11	13.181	15	15	15,241
CR4P01	60	29	10	19	27,611	30	30,972	40,023
CR4P02	60	29	14	15	26,212	30	30,430	34,721
CR4P03	60	29	6	23	28,455	30	31,000	31,3
CR5P01	60	49	20	29	53,143	60	63,040	61,898
CR5P02	60	49	16	33	53,962	60	63,209	62,465
CR5P03	60	49	12	37	56,995	60	63,580	63,200
CR6P01	60	73	39	34	78,297	90	93,147	94,907
CR6P02	60	73	35	38	78,762	90	92,934	93,230
CR6P03	60	73	31	42	78,977	90	93,982	92,840

3.2. Одновременная упаковка кругов и прямоугольников

Следующий эксперимент проводился для задачи упаковки кругов и прямоугольников в полосу. Несмотря на то, что данная задача не является новой, в литературе для нее сложно найти тестовые примеры. Для данного примера тестовые примеры были взяты из статьи [11]. В этой работе тестовые примеры были сгенерированы случайным образом так, чтобы для каждого примера уже была известна некоторая верхняя оценка его оптимального решения. Генерация примеров осуществлялась следующим образом. Допустим, необходимо получить тестовый пример упаковки n предметов, n_c из которых круги, а n_r прямоугольники, в полосу ширины W . При этом прямоугольная область размером $W \cdot UB$, где UB – заданная верхняя оценка оптимальной длины полосы, разбивается на n_c квадратов и n_r прямоугольников безотходным способом. Затем каждый квадрат заменяется на круг диаметром, равным стороне квадрата. Таким образом, если $n_c = 0$, то для такого примера

существует решение, когда все прямоугольники упакованы в полосу длины UB безотходным способом, такое решение является оптимальным. В случае, когда $n_c > 0$, UB является лишь верхней оценкой оптимальной длины полосы. Всего было сгенерировано 18 примеров с количеством предметов от 8 до 60.

В процессе эксперимента алгоритм P-ACO запускался 10 раз для каждого примера. Был рассмотрен ориентированный случай задачи, т. е. повороты прямоугольников на 90 градусов были запрещены при следующих параметрах алгоритма: $\alpha = 1,8$; $\beta = 3,9$; количество агентов $m = 12$; размер популяции $k = 15$; максимальное значение феромона $\tau_{\max} = 0,85$; начальное значение феромона $\tau_{\text{init}} = 0,05$.

Численные эксперименты показывают, что для поставленной задачи разработанный алгоритм за приемлемое время получает решение, близкое к нижним оценкам, а также при сравнении с алгоритмом «Поиск с запретами» алгоритм P-ACO показал лучшие результаты на следующих классах задач: CR3P02; CR5P01; CR5P02; CR5P03; CR6P03.

В табл. 2 указаны параметры примера: W – ширина полосы; n – количество предметов; n_c – количество кругов; n_r – количество прямоугольников; LB – нижняя и UB – верхняя оценки; для алгоритмов TS [11], P-ACO приведены средние результаты работы алгоритмов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена задача упаковки кругов и прямоугольников в полосу. Для ее решения разработан алгоритм муравьиной колонии, основанной на популяции, использующей процедуру $ABPL^+$. Численные эксперименты показали, что алгоритм позволяет находить решения хорошего качества. На тестовых примерах для частных случаев задач алгоритм показал неплохие результаты и нашел новые значения целевой функции для пяти примеров одновременной упаковки кругов и прямоугольников в полосу. В дальнейшем представляет интерес применить другую или разработать новую процедуру размещения предметов для поставленной задачи, которая за фиксированное время позволит алгоритму совершать большее количество итераций. Кроме того, представляет интерес определение наилучших параметров алгоритма для поставленной задачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гэри М. Вычислительные машины и трудно-решаемые задачи. М.: Мир, 1982. 416 с.
2. M'Hallah R. Approximate algorithms for constrained circular cutting problems // Computers and Operations Research. 2004. № 31. P. 675–694.
3. Dorigo M. Ant Algorithms for Discrete Optimization // Artificial Life. 1999. Vol. 5, No.3. P. 137–172.
4. Dorigo M. Ant Colony System: A Cooperative Learning Approach to the Traveling Salesman Problem // IEEE Transactions on Evolutionary Computation. 1997. Vol.1, № 1. P. 53–66.
5. Stützle T. MAX-MIN Ant System // Future Generation Computer Systems. 2000. № 16. P. 889–914.

6. Burke E. K. Search Methodologies: Tutorials in Optimization and Decisions. Support Techniques. Springer Science + Business Media, LCC, 2005.

7. Леванова Т. В. Алгоритмы муравьиной колонии и имитации отжига для задачи о p -медиане // Автоматика и телемеханика. 2004. № 3. С. 80–88.

8. Александров Д. А. Алгоритм муравьиной колонии для задачи о минимальном покрытии // Тр. XI Междунар. Байкальской шк.-сем. «Методы оптимизации и их приложения». Иркутск, 1998. Т. 3. С. 17–20.

9. Валеева А. Ф. Применение конструктивных эвристик в задачах раскроя-упаковки // Приложение к журналу «Информационные технологии». 2006. № 11. С. 1–24.

10. Guntch M. Applying Population Based ACO to Dynamic Optimization Problems // Proc. 3rd Int. Workshop (ANTS 2002), Lecture Notes in Computer Science, Springer, Berlin. 2002. Vol. 2463. P. 11–122.

11. Руднев А. С. Вероятностный поиск с запретами для задачи упаковки кругов и прямоугольников в полосу // Дискретный анализ и исследование операций. 2009. Т. 16, №. 4. С. 61–86.

12. Stoyan Y. G. Mathematical model and solution of optimization problem of placement of rectangles and circles taking into account special constraints // International Transaction in Operational Research. 1998. № 5(1). P. 45–57.

13. Huang W. Q. Greedy algorithms for packing unequal circles into a rectangular container // European Journal of Operational Research. 2005. № 56. P. 539–548.

14. Huang W. Q. New heuristic for packing unequal circles into a circular container // Computers and Operations Research. 2006. № 33. P. 2125–2142.

ОБ АВТОРЕ



Файзрахманов Ришат Илшат-ович, асп. каф. вычисл. матем. и кибернетики. Дипл. математик-экономист (УГАТУ, 2007). Иссл. в обл. задач раскроя, упаковки и размещения.