

**SIMULATION OF ELECTRON FOCUSING BY ANODE MICROPROTRUSIONS  
IN GAS DISCHARGES OF HIGH PRESSURE**

*Gennadiy Andreevich Mesyats*<sup>1</sup>, *Yuriy Igorevich Mamontov*<sup>2a</sup>,  
*Irina Vladimirovna Vasenina*<sup>1</sup>, *Igor Vladimirovich Uimanov*<sup>2</sup>

<sup>1</sup> P. N. Lebedev Physical Institute of Russian Academy of Sciences, Leninskiy pr. 53, Moscow, 119991, Russia

<sup>2</sup> Institute of Electrophysics of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Amundsen str. 106, Yekaterinburg, 620016, Russia

<sup>a</sup> mamontov@iep.uran.ru

**ABSTRACT**

Numerical simulation of the electron flux focusing by an electric field of a microprotrusion on the anode surface was carried out. A conical microprotrusion with a height of 10  $\mu\text{m}$  and a base radius of 5  $\mu\text{m}$  was considered. The space region near the anode was assumed to be filled with atmospheric pressure molecular nitrogen. The initial energy of the electron flux was set in the range from 0 eV up to 10 keV. The electric field near the microprotrusion was varied from 50 kV/cm up to 1 MV/cm (disregarding the electric field enhancement factor). Using numerical 2D Monte-Carlo model, the dependence of the electron flux focusing efficiency on the electron initial energy and the electric field strength near the microprotrusion was studied. The focusing efficiency was the ratio of the electron current density at the anode to the initial current density of the simulated flux. It was found that, in vacuum, the focusing efficiency did not exceed 18%. In nitrogen of atmospheric pressure, the current density could increase up to 3.5 times compared to its initial value. The optimal conditions for electron focusing were the field strength near the microprotrusion of  $\sim 250$  kV/cm and the initial electron energy of  $\leq 250$  eV.

**KEYWORDS**

Runaway electrons; numerical simulation; Monte-Carlo technique; pulsed gas discharges of high pressure.

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОКУСИРОВКИ ЭЛЕКТРОНОВ АНОДНЫМИ  
МИКРОВОСТУПАМИ В ГАЗОВЫХ РАЗРЯДАХ ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ**

*Геннадий Андреевич Месяц*<sup>1</sup>, *Юрий Игоревич Мамонтов*<sup>2a</sup>,  
*Ирина Владимировна Васенина*<sup>1</sup>, *Игорь Владимирович Уйманов*<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Физический институт им. П. Н. Лебедева Российской академии наук, Россия, 119991, Москва, Ленинский пр., 53

<sup>2</sup> Институт электрофизики Уральского отделения Российской академии наук, Россия, 620016, Екатеринбург, ул. Амундсена, 106

<sup>a</sup> mamontov@iep.uran.ru

## АННОТАЦИЯ

Проведено численное моделирование фокусировки потока электронов с заданной начальной энергией электрическим полем микровыступа на аноде разрядного промежутка. Рассмотрен конический микровыступ высотой 10 мкм и радиусом основания 5 мкм. Разрядный промежуток предполагался заполненным молекулярным азотом атмосферного давления. Начальная энергия потока электронов задавалась в диапазоне от 0 эВ до 10 кэВ. Величина электрического поля вблизи микровыступа без учета его коэффициента усиления варьировалась от 50 кВ/см до 1 МВ/см. В рамках разработанной численной 2D Монте-Карло модели исследована зависимость эффективности фокусировки потока электронов от их начальной энергии и величины электрического поля вблизи выступа. Под эффективностью фокусировки здесь понималось отношение плотности тока электронов на аноде к начальной плотности тока моделируемого потока. В результате моделирования обнаружено, что в вакууме относительное увеличение плотности тока на микровыступе не превышало 18%. В азоте атмосферного давления в результате рассеяния электронов плотность тока на микровыступе могла возрасти до 3,5 раз по сравнению с начальным значением. При этом оптимальными условиями для фокусировки электронов являлись напряженность поля вблизи микровыступа  $\sim 250$  кВ/см и начальная энергия электронов до  $\sim 250$  эВ.

## КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Убегающие электроны; численное моделирование; метод Монте-Карло; импульсные газовые разряды высокого давления.

### Введение

На сегодняшний день явление «убегания» электронов [1] является наиболее интенсивно исследуемым направлением в физике газового разряда. Данное явление заключается в непрерывном ускорении электронов в газе в случае, если количество энергии, получаемой электронами от электрического поля, превосходит потери энергии в столкновениях с частицами газовой среды [2]. Впервые явление убегания было теоретически описано Дрейсером для полностью ионизованной плазмы токамаков [3, 4]. Однако в условиях высокотемпературной полностью ионизованной плазмы «убегание» электронов становится нежелательным эффектом, так как оно может приводить к раскачке плазменных неустойчивостей. С другой стороны, именно явление «убегания» электронов обеспечивает инициирование электрических разрядов в атмосфере за счет действия механизма пробоя на «убегающих» электронах (УЭ) [5]. Основным способом получения пучков УЭ

в лабораторных условиях является инициирование мощных импульсных нано- и субнаносекундных разрядов. Характерными особенностями явления «убегания» электронов являются малая длительность импульса тока пучка УЭ [6–10] и возможность их ускорения до энергий, превосходящих приложенную к разрядному промежутку разность потенциалов [11, 12]. Также важной особенностью явления «убегания» является влияние пучка УЭ на процесс формирования разряда за счет предиионизации газовой среды пучком УЭ. Так, на сегодняшний день известно, что генерация УЭ в разряде может приводить к чрезвычайно быстрой объемной коммутации разрядного промежутка даже без внешнего источника предиионизации [13, 14].

Для инициирования импульсных газовых разрядов высокого давления с «убегающими» электронами обычно используют разрядный промежуток, создающий сильно неоднородное распределение электрического поля, например, систему электродов «острие – плоскость». Обычно электрод

с меньшим радиусом кривизны – острие – является катодом, а плоский электрод – анодом. Из-за чрезвычайно высокой величины электрического поля на вершине острия после каждого одиночного высоковольтного импульса на катоде возникает множество взрывоэмиссионных кратеров из-за перехода автоэлектронной эмиссии во взрывную на более поздних стадиях пробоя [15]. Однако в работе [16] было экспериментально показано, что взрывоэмиссионные кратеры могут возникать на поверхности острейного электрода, даже когда этот электрод является анодом, а не катодом. При этом переход автоэлектронной эмиссии во взрывную оказывается невозможен из-за обратной полярности приложенного напряжения. Для таких разрядов рассматриваются два основных механизма, которые могут приводить к появлению кратеров на острейном аноде: 1) заряд и последующий взрыв диэлектрических загрязнений на поверхности острия; 2) фокусировка УЭ микровыступами на поверхности острия, разогрев микровыступов и их взрыв.

Данная работа посвящена проверке второго возможного механизма образования анодных кратеров в импульсных газовых разрядах высокого давления. С помощью разработанной численной двумерной осесимметричной модели Монте-Карло рассмотрена фокусировка потока электронов конусообразным микровыступом, расположенным на поверхности острейного анода. В результате для различных величин энергии УЭ и электрического поля вблизи микровыступа рассчитана эффективность фокусировки электронов как отношение плотности тока электронов на микровыступе к начальной плотности тока. Рассчитана средняя энергия потока электронов для различных значений начальной энергии электронов и величины электрического поля вблизи микровыступа.

### 1. Описание модели

В данной работе была использована двумерная осесимметричная Монте-Карло модель, описывающая движение электронов в газе в электрическом поле заданной про-

странственной конфигурации с заданным временным шагом. Подробно данная модель рассмотрена в работах [17, 18]. Модель состояла из двух основных модулей: модуля, интегрирующего уравнения движения Ньютона для нахождения координат и скоростей электронов на каждом шаге моделирования, и модуля, описывающего столкновения электронов с частицами газовой среды. В рамках первого модуля уравнения движения интегрировались с помощью схемы «предиктор – корректор» второго порядка точности. В рамках второго модуля для описания столкновений электронов с частицами газа был реализован метод «нуль-столкновений» [19]. Временной шаг моделирования составлял  $10^{-17}$  с. В качестве газовой среды рассматривался молекулярный азот под давлением 1 атм. Модуль столкновений работал с набором из 19 процессов электрон-молекулярного взаимодействия. Исходными данными для работы алгоритма «нуль-столкновений» служили полные, дифференциальные и дважды дифференциальные сечения соответствующих процессов рассеяния: упругого рассеяния, ионизации, возбуждения вращательных, колебательных и электронных состояний молекулы азота [20–24]. С учетом принятой симметрии задачи и для реалистичного описания столкновений итоговая размерность численной модели составила 2D-3V (две координаты – три компоненты скорости).

На рис. 1 приведена схема расчетной области. В данной работе моделировалось прохождение заданного числа электронов через область вблизи анодного микровыступа конической формы. Высота острия составляла 10 мкм, основание – 5 мкм. Кончик острия был скруглен полусферой радиусом 0,1 мкм. Считалось, что выступ находится на поверхности плоского анода (анод выделен жирной черной линией на рис. 1). Электрическое поле вблизи такого выступа было посчитано заранее в программном пакете ANSYS [25] в осесимметричной *RZ* геометрии. При этом на расстоянии 30 мкм от вершины выступа электрическое поле уже не отлича-

лось от однородного. Рассматриваемое распределение поля можно сопоставить с ситуацией, когда на макроскопическом острейшем аноде находится микроскопический выступ, при условии, что размеры макроскопического анода намного больше размеров выступа, и поле в окрестностях выступа можно приближенно считать однородным. Далее по тексту под напряженностью поля вблизи микровыступа будет пониматься именно напряженность макроскопического однородного поля без учета коэффициента усиления поля, создаваемого микровыступом. Информация о пространственной конфигурации электрического поля передавалась в программу моделирования в виде неструктурированной треугольной сетки.

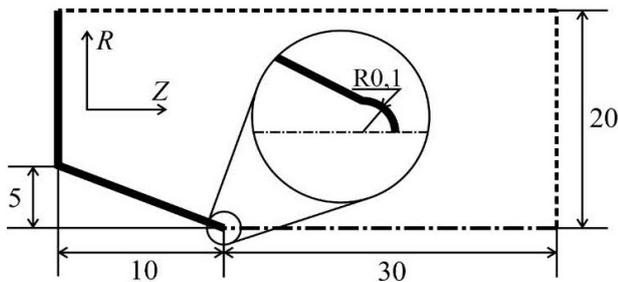


Рис. 1. Схема модельной геометрии рассматриваемой задачи. Все размеры даны в микрометрах

Fig. 1. A sketch of the problem geometry. The units given are micrometers

Для оценки фокусирующего эффекта анодного микроострия предполагалось, что в начальный момент времени на правой границе расчетной области (см. рис. 1), удаленной от микроострия на 30 мкм, генерируется  $N$  расчетных электронов с начальной энергией  $\epsilon_0$ , при этом они равномерно распределены вдоль границы области в радиальном направлении (по координате  $R$ ). Начальная энергия электронов изменялась от 0 эВ до 10 кэВ. Также перед началом моделирования задавалась величина однородного электрического поля  $E_0$  в области около микроострия, которая варьировалась от 0 кВ/см до 1000 кВ/см. После начала моделирования электроны начинают движение в электрическом поле в сторону анода, при этом они могут рассеиваться на молекулах газа.

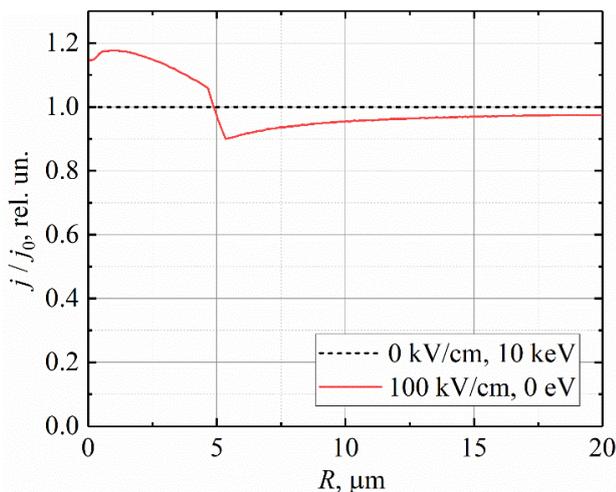
Моделирование продолжается до тех пор, пока все электроны не достигнут анода. Если электрон подходит к границе расчетной области (на рис. 1 границы помечены прерывистыми линиями), то электрон отражается от нее. Когда все электроны достигают анода, регистрируется их  $R$ -координата и энергия на момент окончания моделирования. С учетом того, что движение каждого электрона предполагается независимым, то есть фактически используется одноэлектронное приближение, то результаты, полученные для конечного числа начальных электронов, можно сопоставить с ситуацией, когда на внешнюю (правую) границу расчетной области падает однородный поток невзаимодействующих друг с другом электронов с заданной начальной энергией  $\epsilon_0$  и начальной плотностью тока  $j_0$ . Поэтому далее эффект от фокусировки электронов микроострием будет оцениваться в виде зависимости отношения  $j/j_0$  плотностей тока электронов на аноде  $j$  к начальной плотности тока  $j_0$  от координаты  $R$  (или, что то же самое, отношение полного числа электронов, которые достигли анода и имеют координату  $R$ , к числу электронов, которые имели бы эту же координату  $R$  при условии, что никакого микроострия нет, то есть, в случае однородного потока в однородном поле).

## 2. Результаты моделирования

Результаты моделирования транспорта электронов через расчетную область в вакууме показаны на рис. 2. Для распределения электронов на аноде можно выделить две асимптотики. Первая асимптотика (прерывистая линия на рис. 2) соответствует случаю, когда электрическое поле вблизи микроострия слабое, а начальная энергия электронов велика. В этом случае однородность начального пучка практически не нарушается, и распределение электронов на аноде остается однородным ( $j/j_0 = 1$  для любых  $R$ ).

В случае, если начальная энергия электронов мала, а поле вблизи микровыступа достаточно сильное, то в вакууме наблюдается вторая асимптотика: на графике зависимости  $j/j_0(R)$  имеется максимум, который находит-

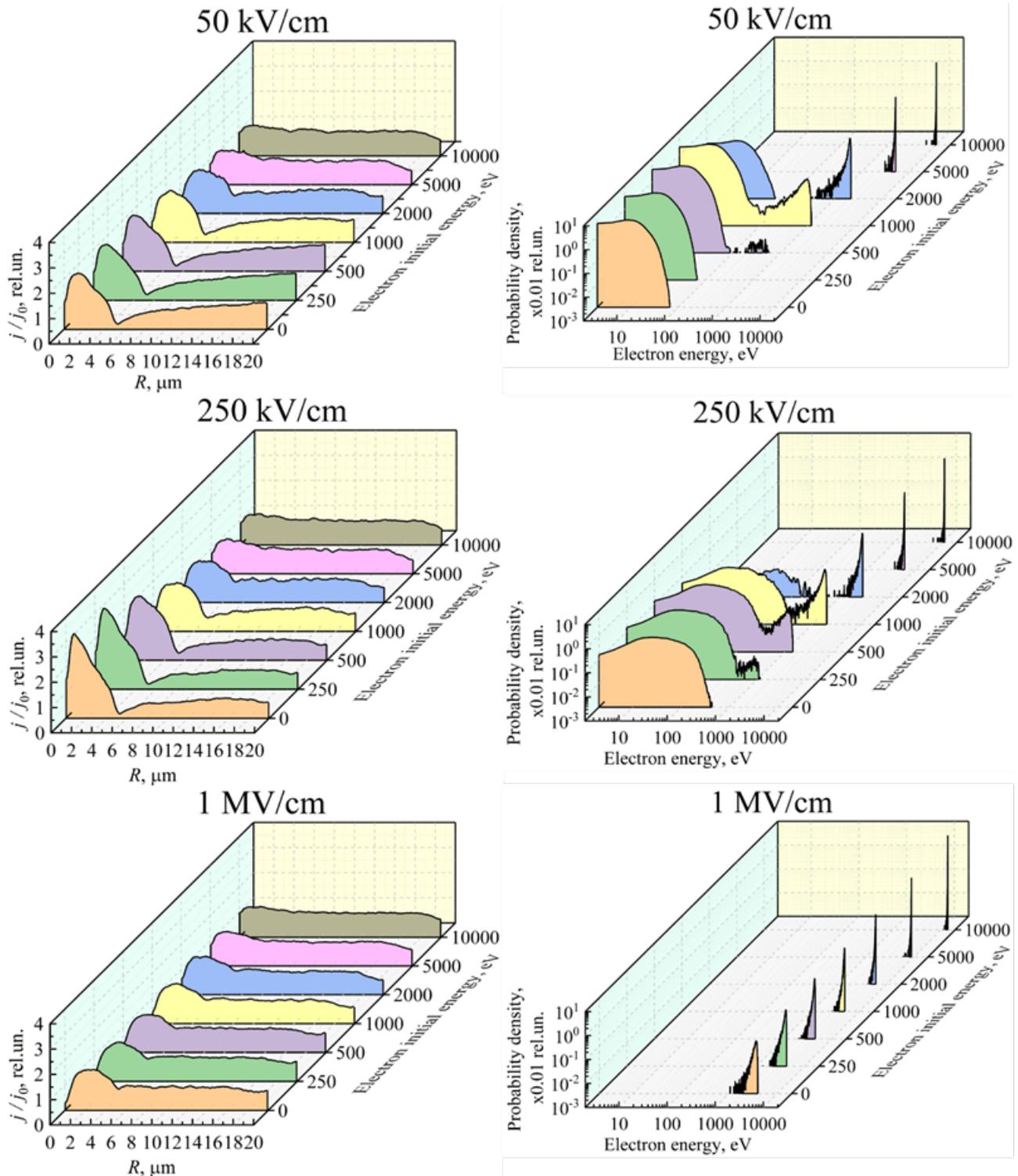
ся вблизи вершины микровыступа (сплошная линия на рис. 2). В этом случае часть электронов, которые изначально летели достаточно близко к оси микровыступа, оказываются притянутыми к нему радиальной компонентой поля. При этом максимальное значение  $j/j_0$  составляет 1,18. То есть плотность тока на микровыступе увеличилась примерно на 18% по сравнению с начальной плотностью тока. Кроме того, в этом случае наблюдается не только максимум зависимости  $j/j_0(R)$ , но и резкий минимум в области  $R = 5$  мкм. Наличие данного минимума объясняется наличием «клина» у основания микровыступа в области его перехода в плоский анод и «провалом» поля в этой области. Интересно, что в случае начальной энергии электронов  $\varepsilon_0$ , равной нулю, такая картина распределения  $j/j_0(R)$  не зависит от величины поля вблизи микровыступа, так как вместе с изменением поля пропорционально увеличивается энергия, получаемая электронами при прохождении области вблизи микровыступа, и поэтому их траектории не зависят от величины поля. При любых других конечных значениях поля и начальной энергии распределения  $j/j_0(R)$  занимают промежуточные положения между двумя асимптотиками на рис. 2.



**Рис. 2.** Оценка эффективности фокусировки электронов анодным микровыступом в вакууме

**Fig. 2.** An estimation of the efficiency of electron focusing by the anode microprotrusion under vacuum conditions

В случае наличия газа в расчетной области (азот под давлением 1 атм) картина распределений  $j/j_0(R)$  оказывается сильно зависящей как от начальной энергии электронов  $\varepsilon_0$ , так и от приложенного поля  $E_0$ . Был рассмотрен ряд напряженностей однородного поля  $E_0$  в области вблизи микроострия: 50 кВ/см, 100 кВ/см, 250 кВ/см, 500 кВ/см, 750 кВ/см, 1 МВ/см. Начальные энергии электронов: 0 эВ, 250 эВ, 500 эВ, 1000 эВ, 2000 эВ, 5000 эВ, 10000 эВ. Для каждой комбинации поля и начальной энергии были получены распределения  $j/j_0(R)$  и распределения по энергиям электронов, достигших микроострия. Результаты приведены на рис. 3. По распределениям  $j/j_0(R)$  на рис. 3 видно, что, в отличие от вакуумного случая, в зависимости от начальной энергии электронов и электрического поля плотность тока электронов на микроострии может в 2–3 раза превышать начальную плотность тока. Очевидно, что лучше всего фокусируются микроострием тепловые электроны. Для них вероятность попасть на микроострие в результате многочисленных столкновений со случайными углами рассеяния оказывается наибольшей. С ростом начальной энергии электронов и повышением вероятности перейти в режим «убегания» наблюдается стремление распределений  $j/j_0(R)$  к тем распределениям, которые наблюдаются в вакуумном случае. Аналогичная тенденция наблюдается при увеличении электрического поля вблизи микроострия до значений, существенно превосходящих порог «убегания» электронов в азоте атмосферного давления ( $\sim 450$  кВ/см [15]). Также по энергетическим распределениям электронов, попавших на микроострие, видно, что для полей до 500 кВ/см и начальных энергий электронов до 1000 эВ в спектре энергий преобладают электроны с условно «тепловыми» энергиями до 100 эВ. С ростом напряженности поля и начальной энергии электронов наблюдается смещение распределений электронов, попадающих на микроострие, в более высокоэнергетичную область.



**Рис. 3.** Результаты моделирования фокусировки электронов анодным микровыступом в азоте давлением 1 атм для различных начальных энергий электронов и напряженностей поля

**Fig. 3.** The results of the simulation of the electron focusing by the anode microprotrusion in nitrogen of 1 atm pressure for various electron initial energies and electric field strengths

Для более наглядной демонстрации зависимости эффекта фокусировки от величины поля вблизи микроострия и начальной энергии электронов построим зависимость максимальной величины отношения  $j/j_0$  ( $R$ ) от начальной энергии электронов для различных напряженностей поля. Результаты приведены на рис. 4. Видно, что для электронов с начальными энергиями до 500 эВ с повышением напряженности поля от 50 кВ/см до 250 кВ/см наблюдается рост максимального отношения  $j/j_0$  от  $\sim 2,25$  до  $\sim 3,4$ . При увеличении напряженности поля больше 250 кВ/см рост поля приводит к умень-

шению  $j/j_0$  за счет «убегания» электронов и приближению режима их движения к вакуумному, где эффективность фокусировки – порядка 18%. С ростом начальной энергии электронов наблюдается резкое уменьшение отношения  $j/j_0$ , и при энергиях порядка 10 кэВ эффективность фокусировки практически сравнивается с вакуумным значением для любых напряженностей поля. Таким образом, можно сделать вывод, что максимальное увеличение плотности тока на анодном микроострии составляет не более 3,5 раз и наблюдается для  $E_0 = 250$  кВ/см и  $\varepsilon_0 < 250$  эВ.

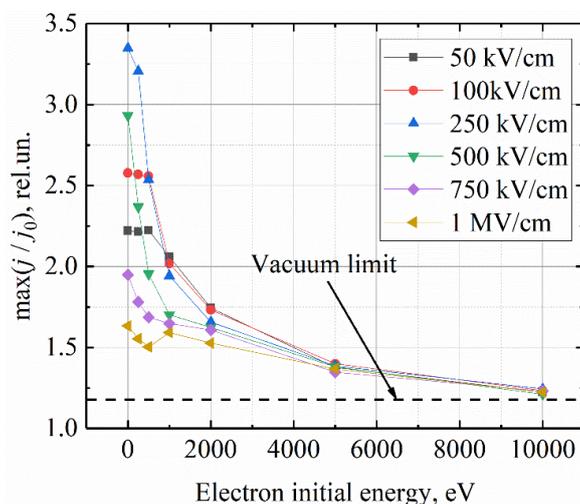


Рис. 4. Максимальная эффективность фокусировки электронов анодным микровыступом в азоте атмосферного давления

Fig. 4. Maximal efficiency of electron focusing by the anode microprotrusion in nitrogen of atmospheric pressure

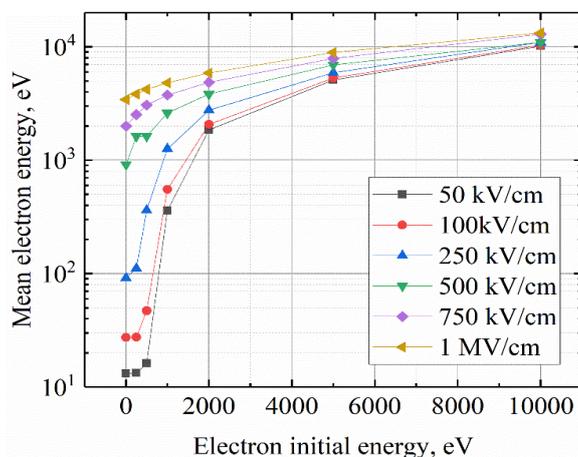


Рис. 5. Зависимость средней энергии электронов, попадающих на анод, от их начальной энергии и напряженности внешнего поля

Fig. 5. The dependence of mean energy of electrons having reached the anode on the electron initial energy and the outer electric field strength

Оценим среднюю энергию электронов, попадающих на микроострие. Для этого рассчитаем математическое ожидание распределений, приведенных на рис. 3 справа. Результаты расчета представлены на рис. 5. Очевидно, что средняя энергия электронов, падающих на микроострие, увеличивается с увеличением напряженности поля вблизи него. Так, средняя энергия электронов превосходит 1 кэВ при напряженности поля больше 500 кВ/см или при меньшей напряженности поля и начальной энергии от 1000 эВ и выше. Также энергия растет с увеличением начальной энергии электронов свыше 500 эВ. При этом при больших начальных энергиях электронов величина средней энергии определяется именно начальной энергией и практически не зависит от приложенного поля.

Таким образом, анализ результатов моделирования показывает, что в импульсных газовых разрядах действительно может наблюдаться фокусировка электронов на анодных микроструктурах. Максимальное зарегистрированное относительное увеличение плотности электронного тока на анодном микровыступе составляет 3,5, то есть плотность тока на микроструктуре может кратно превышать среднюю плотность тока электронов, падающих на анод. Однако наибольшая эффективность фокусировки наблюдается для относительно медленных электронов с энергиями до 250 эВ, а не для «убегающих» электронов с энергиями в единицы – десятки кэВ. Из-за этого средняя энергия, переносимая одним электроном в режиме наиболее эффективной фокусировки, оказывается порядка 100 эВ. В результате для перегрева анодного микровыступа и его последующего взрыва нужно большое количество электронов и большая плотность тока. Напротив, если предположить, что энергия электронов, падающих на анод, велика (~10000 эВ), то эффективность фокусировки таких электронов микровыступом оказывается стремящейся к нулю.

Для наглядности сделаем оценку количества электронов, необходимого для взрыва верхней половины конического микровыступа. Допустим, что анод сделан из меди (плотность 8,92 г/см<sup>3</sup>). Верхнюю половину микровыступа будем для простоты рассматривать как конус высотой  $h = 5$  мкм и радиусом основания  $r = 2,5$  мкм. Объем такого конуса  $V$  вычисляется по формуле:  $V = 1/3\pi r^2 h = 3,3 \cdot 10^{-11}$  см<sup>3</sup>. Масса полуострия  $m = 3 \cdot 10^{-10}$  г. Для взрыва массовая плотность энергии должна составлять  $\sim 10^4$  Дж/г [26]. Следовательно, для взрыва медного полуострия нужна энергия  $3 \cdot 10^{-6}$  Дж или примерно  $2 \cdot 10^{13}$  эВ. Допустим, что имеется поток электронов с энергией  $10^3$  эВ. Тогда для взрыва микровыступа таких электронов, очевидно, понадобится  $2 \cdot 10^{10}$  штук. Электронов с энергией  $10^4$  эВ –  $2 \cdot 10^9$  штук. При этом известно, что «убегающих» электронов в разряде за один импульс высокого напряжения генерируется порядка  $10^{10}$  штук [13, 27]. Сложно представить, что все «убегающие» электроны, сгенерированные в разряде, окажутся в достаточной близости от микровыступа для его взрыва. С другой стороны, в процессе развития разряда возможно образование плотной прианодной плазмы в областях усиленного поля вблизи микровыступов. Эта плазма может являться источником большого количества низкоэнергетичных электронов, которые могут ускоряться в поле микровыступа, фокусироваться на нем и приводить к его перегреву и взрыву. Однако для подтверждения данного предположения требуется разработка новой численной модели взаимодействия прианодной плазмы с электрическим полем микровыступа для оценки плотности тока электронов и их энергии. Такая работа планируется в будущем.

## Выводы

В рамках разработанной двумерной численной Монте-Карло модели рассмотрена фокусировка потока электронов с заданной начальной энергией и единичной плотностью

тока микровыступом на аноде разрядного промежутка. Обнаружено, что при напряженности однородного поля вблизи микровыступа порядка 250 кВ/см для электронов с энергиями до 250 эВ отношение плотности тока электронов вблизи вершины микровыступа к начальной плотности тока однородного потока может достигать 3,5. С ростом начальной энергии или напряженности поля эффективность фокусировки снижается и стремится к предельному значению в вакууме 1,18. При этом оценка показывает, что для перегрева и взрыва анодного микровыступа необходимо, чтобы на нем сфокусировались порядка  $10^{10}$  электронов с энергиями  $\sim 1$  кэВ. С учетом того, что в импульсных газовых разрядах типичное число «убегающих» электронов, генерируемых за один высоковольтный импульс, составляет  $10^{10}$  штук, ситуация, когда все сгенерированные в разряде «убегающие» электроны фокусируются на одном микровыступе, представляется сомнительной. Вероятной причиной взрывов анодных микровыступов, следы от которых наблюдаются на поверхности острых анодов в экспериментах [16], является формирование плотной плазмы вблизи микровыступов. Данная плазма может являться источником большого числа электронов, которые ускоряются в поле микровыступа и могут привести к его разогреву и взрыву. Однако подтверждение данного предположения требует разработки численной модели взаимодействия плазмы с заданными параметрами с электрическим полем микровыступа. Такая работа планируется в будущем.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Wilson C. T. R. The Acceleration of  $\beta$ -particles in Strong Electric Fields such as those of Thunderclouds // *Math. Proc. Cambridge Phil. Soc.* 1925. V. 22, Iss. 4. P. 534–538. DOI: 10.1017/S0305004100003236.
2. Babich L. P. High-Energy Phenomena in Electric Discharges in Dense Gases: Theory, Experiment and Natural Phenomena. Arlington, VA, USA: Futurepast, 2003. P. 353.
3. Dreicer H. Electron and Ion Runaway in a Fully Ionized Gas. I // *Phys. Rev.* 1959. V. 115, Iss. 2. Article number 238249. DOI: 10.1103/PhysRev.115.238.
4. Dreicer H. Electron and Ion Runaway in a Fully Ionized Gas. II // *Phys. Rev.* 1960. V. 117, Iss. 2. Article number 329342. DOI: 10.1103/PhysRev.117.329.
5. Gurevich A. V., Zybin K. P. Runaway breakdown and electric discharges in thunderstorms // *Phys.-Usp.* 2001. V. 44, Iss. 11. P. 1119–1140. DOI: 10.1070/PU2001v044n11ABEH000939.
6. Mesyats G. A., Yalandin M. I., Reutova A. G., Sharypov K. A., Shpak V. G., Shunailov S. A. Picosecond runaway electron beams in air // *Plasma Phys. Rep.* 2012. V. 38. P. 29–45. DOI: 10.1134/S1063780X11110055.
7. Mesyats G. A., Yalandin M. I. On the nature of picosecond runaway electron beams in air // *IEEE Trans. on Plasma Sci.* 2009. V. 37, Iss. 6. P. 785–789. DOI: 10.1109/TPS.2009.2012428.
8. Yalandin M. I., Mesyats G. A., Reutova A. G., Sharypov K. A., Shpak V. G., Shunailov S. A. Limitation of runaway electron beam duration in air-filled gap with inhomogeneous field // *Tech. Phys. Lett.* 2011. V. 37, Iss. 4. P. 371–375. DOI: 10.1134/S1063785011040298.
9. Tarasenko V. F., Rybka D. V., Burachenko A. G., Lomaev M. I., Balzovsky E. V. Note: Measurement of extreme-short current pulse duration of runaway electron beam in atmospheric pressure air // *Review of Scientific Instruments.* 2012. V. 83, Iss. 8. Article number 086106. DOI: 10.1063/1.4746378.
10. Mesyats G. A., Yalandin M. I., Zubarev N. M., Sadykova A. G., Sharypov K. A., Shpak V. G., Shunailov S. A., Ulmaskulov M. R., Zubareva O. V., Kozyrev A. V., Semeniuk N. S. How short is the runaway electron flow in an air electrode gap? // *Appl. Phys. Lett.* 2020. V. 116, Iss. 6. Article number 063501. DOI: 10.1063/1.5143486.
11. Tarasenko V. F., Lomaev M. I., Beloplotov D. V., Sorokin D. A. Runaway electrons during subnanosecond breakdowns in high-pressure gases // *High Voltage.* 2016. V. 1, Iss. 4. P. 181–191. DOI: 10.1049/hve.2016.0052.
12. Kozyrev A. V., Kozhevnikov V. Y., Semeniuk N. S. Why do Electrons with “Anomalous Energies” appear in High-Pressure Gas Discharges? // *EPJ Web of Conferences.* 2018. V. 167. Article number 01005. DOI: 10.1051/epjconf/201816701005.
13. Месяц Г. А., Яландин И. И. Наносекундный объемный разряд в воздухе, инициируемый пикосекундным пучком убегающих электронов // *УФН.* 2019. Т. 189, № 7. Статья 747751. DOI: 10.3367/UFN.2018.06.038354.
14. Костыря И. Д., Орловский В. М., Тарасенко В. Ф., Ткачев А. Н., Яковленко С. И. Объемный разряд при атмосферном давлении без внешней предыонизации // *ПЖТФ.* 2005. Т. 31, № 11. С. 19–26.
15. Королев Ю. Д., Месяц Г. А. Физика импульсного пробоя газов. М.: Наука, 1991. 224 с.

16. Месяц Г. А., Королев Ю. Д., Кузьмин В. А. Наносекундный газовый разряд в неоднородном поле со взрывными процессами на электродах // ЖТФ. 1980. Т. 50, № 4. С. 699–704.
17. Mamontov Yu. I., Lisenkov V. V. Features of the electron avalanche formation process in a strongly inhomogeneous electric field under high overvoltages // *J. of Phys.: Conf. Ser.* 2021. V. 2064, No. 1. Article number 012020. DOI: 10.1088/1742-6596/2064/1/012020.
18. Mamontov Yu. I., Zubarev N. M., Uimanov I. V. Anisotropy of the Runaway Electron Generation Process in Strongly Inhomogeneous Electric Fields // *IEEE Trans. on Plasma Sci.* 2021. V. 49, Iss. 9. P. 2589–2598. DOI: 10.1109/TPS.2021.3082693.
19. Lin S. L., Bardsley J. N. The null-event method in computer simulation // *Computer Physics Communications.* 1978. V. 15, Iss. 3–4. P. 161–163. DOI: 10.1016/0010-4655(78)90090-5.
20. Itikawa Y. Cross Sections for Electron Collisions with Nitrogen Molecules // *J. Phys. Chem. Ref. Data.* 2006. V. 35, Iss. 1. P. 31–53. DOI: 10.1063/1.1937426.
21. Shyn T. W., Stolarski R. S., Carignan G. R. Angular Distribution of Electrons Elastically Scattered from  $N_2$  // *Phys. Rev. A.* 1972. V. 6, Iss. 3. P. 1002–1012. DOI: 10.1103/PhysRevA.6.1002.
22. DuBois R. D., Rudd M. E. Differential cross sections for elastic scattering of electrons from argon, neon, nitrogen and carbon monoxide // *J. Phys. B: Atom. Molec. Phys.* 1976. V. 9, No. 15. Article number 26572667. DOI: 10.1088/0022-3700/9/15/016.
23. Phelps A. V., Pitchford L. C. Anisotropic scattering of electrons by  $N_2$  and its effect on electron transport // *Phys. Rev. A.* 1985. V. 31, Iss. 5. P. 2932–2949. DOI: 10.1103/PhysRevA.31.2932.
24. Opal C. B., Peterson W. K., Beaty E. C. Measurements of secondary-electron spectra produced by electron impact ionization of a number of simple gases // *J. Chem. Phys.* 1971. V. 55, Iss. 8. P. 4100–4106. DOI: 10.1063/1.1676707.
25. Огородникова О. М. Исследовательская функция программ САЕ в сквозных технологиях САД/САЕ/САМ // *Вестник машиностроения.* 2012. № 1. С. 25–31.
26. Mesyats G. A. Cathode phenomena in a vacuum discharge the breakdown, the spark and the arc. Moscow: Nauka, 2000. P. 399.
27. Mesyats G. A., Bychkov Yu. I., Kremnev V. V. Pulsed nanosecond electric discharges in gases // *Sov. Phys. Usp.* 1972. V. 15, No. 3. P. 282–297. DOI: 10.1070/PU1972v015n03ABEH004969.