

KINETIC SIMULATION OF PLASMA JET ORIGINATED FROM CATHODE SPOT*Dmitry Leonidovich Shmelev*^{1, 2a}, *Sergei Aleksandrovich Barenholtz*³, *Igor Vladimirovich Uimanov*¹¹ Institute of Electrophysics of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences, Amundsen str. 106, Yekaterinburg, 620016, Russia² Ural Federal University, Mira str. 19, Ekaterinburg, 620002, Russia³ Prokhorov General Physics Institute RAS, Vavilova str. 38, Moscow, 119991, Russia^a shmelev@iep.uran.ru**ABSTRACT**

A two-dimensional kinetic simulation of the expansion of the current-carrying plasma of the cathode spot of a vacuum arc is carried out. The modeling was performed by Particle-in-Cell and Direct Simulation Monte Carlo methods. The processes of ionization and recombination and Coulomb scattering are considered. Two fundamentally different solutions are demonstrated for an expanding plasma in an external electric field. The first solution is a “quiet” expansion of the plasma at a relatively low current. In which only ion-acoustic current instabilities arise, which do not lead to catastrophic consequences. In this mode, the plasma expands at a speed of $\sim 10^6$ cm/s and the electron temperature of the plasma reaches 3 eV. In the second case, the current density is large enough to excite the Buneman instability, after which the plasma plume decays and ions with relatively high energies scatter towards the anode and cathode.

KEYWORDS

Vacuum arc; cathode spot; plasma jet; cathode erosion; numeric simulation.

**КИНЕТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЛАЗМЕННОЙ СТРУИ
КАТОДНОГО ПЯТНА***Дмитрий Леонидович Шмелев*^{1, 2a}, *Сергей Александрович Баренгольц*³,
*Игорь Владимирович Уйманов*¹¹ Институт электрофизики Уральского отделения Российской академии наук, Россия, 620016, Екатеринбург, ул. Амундсена, 106² Уральский федеральный университет, Россия, 620002, Екатеринбург, ул. Мира, 19³ Институт общей физики им. А. М. Прохорова, Россия, 119991, Москва, ул. Вавилова, 38^a shmelev@iep.uran.ru**АННОТАЦИЯ**

Проведено двумерное кинетическое моделирование разлета токонесущей плазмы катодного пятна вакуумной дуги. Моделирование проводилось методами частицы-в-ячейках

и Монте-Карло. Рассмотрены процессы ионизации и рекомбинации и кулоновского рассеяния. Демонстрируются два принципиально различных решения для расширяющейся плазмы во внешнем электрическом поле. Первое решение – «спокойный» разлет плазмы при относительно малом токе, в которых возникают только ионно-звуковые токовые неустойчивости, не приводящие к катастрофическим последствиям. В этом режиме плазма расширяется со скоростью $\sim 10^6$ см/с, а электронная температура плазмы достигает 3 эВ. Во втором плотность тока достаточна для возбуждения неустойчивости Бунемана, после чего плазменный факел распадается, и ионы с относительно высокими энергиями разлетаются к аноду и катоду.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА

Вакуумная дуга; катодное пятно; плазменная струя; катодная эрозия; численное моделирование.

Введение

При горении вакуумной дуги проводящая среда – плазма – в межэлектродном промежутке разряда создается за счет эрозии электродов [1]. В слаботочных дугах (ток менее 1 кА) источниками плазмы являются хаотически перемещающиеся микроскопические катодные пятна. Катодные пятна испускают высокоскоростные струи плотной полностью ионизованной плазмы [1, 2]. Ионы в этих струях имеют скорость, как правило, выше 10^6 см/с. Причем направлен вектор этой скорости против созданного между электродами электрического поля.

В настоящее время не существует экспериментальных данных, которые позволили бы однозначно определить механизмы функционирования катодного пятна. Однако механизм ускорения плазменных струй из катодных пятен до высоких сверхзвуковых скоростей удовлетворительно объясняется в рамках гидродинамического приближения [3–6]. В рамках данного подхода плотная плазма, которая создается в катодном пятне за счет взрыво-эмиссионных процессов [1], нагревается проходящим током плотностью $\sim 10^8$ А/см² до температуры несколько электронвольт и расширяется под действием градиентов электронного и ионного давлений. В ходе этого расширения ионы плазмы приобретают необходимую сверхзвуковую скорость.

Однако за рамками гидродинамического приближения остаются открытыми такие вопросы, как потоки частиц на катод, проникновение внешнего поля в плазменную струю, возможные токовые неустойчивости и т.д. Эти вопросы необходимо решать уже в рамках более детального кинетического подхода. Метод компьютерного моделирования частицы-в-ячейках с учетом столкновений методом Монте-Карло [7, 8] были применены для моделирования разлета плазмы катодного пятна в одномерной кинетической постановке [9–13]. В этих работах были подтверждены характерные зависимости параметров разлетающейся плазмы, полученные ранее в гидродинамическом приближении, получены оценки потоков частиц и энергии на электроды, описан сценарий развития токовой неустойчивости.

В двумерной постановке кинетическое моделирование разлета плотной плазмы, которое вероятно имеет отношение к начальному состоянию катодного пятна, проводилось в [14–18]. Научные группы, занимающиеся этим моделированием, используют разные постановки задач. Таким образом, довольно сложно сравнивать результаты, полученные разными группами. На наш взгляд, было бы полезно сначала попытаться воспроизвести некоторые ранее полученные с помощью гидродинамики и одномерной кинетики зависимости, характерные для прикатодной

плазмы вакуумной дуги или вакуумной искры. Сделать это достаточно сложно, так как указанные подходы работают с большими пространственными и временными масштабами, но к этому нужно стремиться. В этой работе мы демонстрируем наши шаги в этом направлении, используя наши ранее разработанные кинетические коды [9–13], адаптированные для моделирования в двумерной осесимметричной геометрии.

1. Описание модели

Расчетная область в нашей постановке представляет собой квадрат 6 на 6 микрон. На катоде у оси симметрии задается горячее пятно, которое имеет радиус 0,1 мкм и фиксированную постоянную температуру 7 кК. Заниженные по сравнению с [13] параметры горячего пятна и расчетного промежутка связаны с необходимостью уменьшить объем вычислений, чтобы хоть что-то посчитать на доступных компьютерах. Горячее пятно служит источником испаряющихся атомов металла (меди) и эмиссионного тока. Остальная поверхность катода и поверхность анода являются идеальными поглотителями электронов и ионов. Катод находится под нулевым потенциалом. Первоначально на анод подается напряжение в несколько киловольт (U_0). Последовательно межэлектродному промежутку включено сопротивление, чтобы ограничить максимальный ток (I_{\max}) через зазор. В данной статье мы в основном описываем результаты двух компьютерных экспериментов: при $I_{\max}=0,12$ А, и при $I_{\max}=0,3$ А и начальном напряжении $U_0=15$ кВ.

Постановка задачи принципиально аналогична постановке, использовавшейся ранее в [9, 13]. Однако в силу того, что двумерная кинетическая модель на порядки более ресурсоемкая, чем аналогичная одномерная модель, мы пока способны рассмотреть сравнительно небольшой межэлектродный промежуток. Чтобы иметь возможность моделировать плазму с большим градиентом плотности методом частиц, при расчете ис-

пользуется система прямоугольных структурированных вложенных сеток. Ячейки сеток квадратные, шаг каждой сетки в два раза больше шага предыдущей мелкой сетки. Границы сеток подбираются так, чтобы шаг текущей сетки не превышал дебаевского радиуса. В рассматриваемых здесь примерах используется система из семи вложенных сеток. Шаги сеток меняются от $3 \cdot 10^{-8}$ см до $\sim 2 \cdot 10^{-6}$ см, наименьший временной шаг $7 \cdot 10^{-11}$ с. Характерное количество частиц порядка 10^8 . Частицы могут иметь разный статистический вес.

В расчетах используются методы частиц-в-ячейках и методы прямого моделирования Монте-Карло [7, 8]. Рассматриваются процессы ионизации, рекомбинации, резонансной перезарядки и кулоновского рассеяния. Шаг по времени в модели ориентировочно следующий: по данному распределению частиц вычисляется распределение плотности заряда, решается уравнение Пуассона и вычисляется напряженность электрического поля, рассчитывается перемещение частиц в новом поле, добавляются новые испаренные атомы и эмитированные электроны, методом Монте-Карло рассчитываются все учитываемые виды рассеяния, выполняется следующий шаг по времени и т.д.

2. Результаты и обсуждение

После начала расчетов в течение первых нескольких десятков пикосекунд формируется сгусток плазмы за счет испарения атомов из горячего пятна и их ионизации током электронной эмиссии. Плазменный сгусток далее расширяется в межэлектродный промежуток, примерно сохраняя самоподобие. Графики основных параметров разлетающейся плазмы с $I_{\max}=0,12$ А в момент времени $t=400$ пс показаны на рис. 1–6. Плотность электронов изменяется от 10^{21} см⁻³ (в непосредственной близости от горячей точки) до 10^{14} см⁻³ вдали от нее (рис. 1). За исключением непосредственной близости от пятна, ионы в плазме имеют средний заряд ~ 2 .

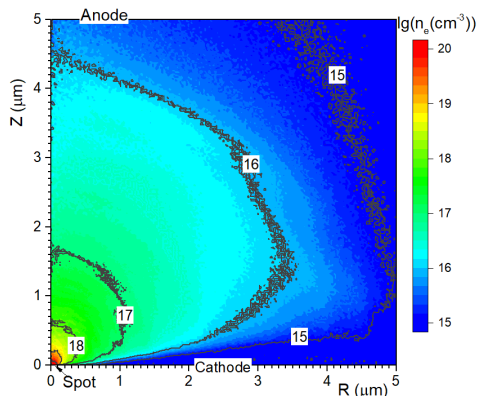


Рис. 1. Плотность электронов

Fig. 1. Electron density

На рис. 2 показана температура электронов, которая вычислялась как средняя хаотическая энергия электронов. Распределение температуры имеет характерную особенность – оно имеет максимум на расстоянии порядка нескольких радиусов пятна, после чего температура медленно снижается как в направлении R , так и в направлении Z . Такое распределение электронной температуры характерно для почти сферически расширяющейся плазмы с током. Подобные распределения температуры электронов были получены ранее в одномерных кинетических расчетах [9, 13], а также в одномерных и двумерных гидродинамических расчетах [2, 4–6]. Воспроизведение этого характерного распределения температуры в наших кинетических расчетах свидетельствует в пользу их адекватности.

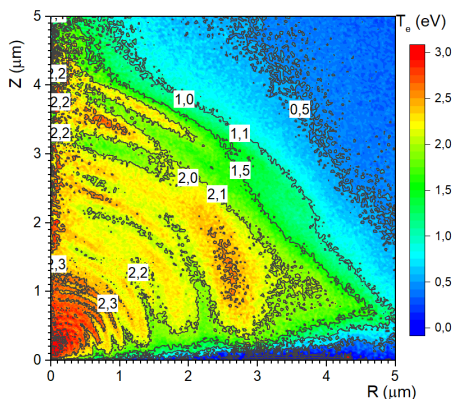


Рис. 2. Электронная температура

Fig. 2. Electron temperature

Распределение электрического потенциала в плазменном сгустке показано на рис. 3. Это распределение также имеет характерную особенность, описанную ранее в [2, 13]: небольшой максимум на расстоянии нескольких радиусов пятна. После максимума потенциал медленно уменьшается на величину порядка T_e . Этот максимум потенциала не находится на границе прикатодного плазменного слоя. Толщина прикатодного плазменного слоя в центре пятна $\sim 10^{-7}$ см, а падение напряжения в слое порядка 3,5 В. После границы слоя рост потенциала в плазме продолжается до расстояния ~ 1 мкм (рис. 5). Этот рост имеет омическую природу. Параллельно с ростом потенциала, из-за эффекта Джоуля растет и электронная температура. Далее происходит медленный спад потенциала на величину $\sim T_e$. Причина этого спада – превышение электронного тока, вызванного градиентом электронного давления и термосилой над током проводимости. Вблизи внешней границы плазмы опять происходит подъем потенциала. Причина этого – проникновение внешнего электрического поля в плазму в области низкой плотности. В этой области так же происходит повышение температуры.

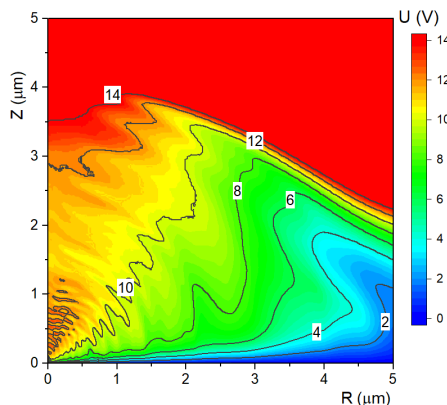


Рис. 3. Электрический потенциал

Fig. 3. Electric potential inside plasma

Средние скорости ионов в направлениях Z показаны на рис. 4. Максимум скорости превышает 10^6 см/с. Вблизи внешней границы плазмы у оси проникновение внешнего электрического поля в плазму приво-

дит к замедлению ионов (хорошо видно на рис. 5). В некоторых случаях это приводит к отбрасыванию части ионов с фронта плазмы в сторону катода и соответствующему укорачиванию ионного факела. Это хорошо видно на рис.6, где показана фазовая диаграмма ионов в момент 250 пс. Облако отброшенных к катоду ионов показано стрелкой. Как только плотность на внешней границе плазмы из-за высокой скорости падает ниже порогового значения, электрическое поле проникает в область разреженной плазмы и поворачивает часть ионов к катоду. Из-за большой разности скоростей облако отброшенных ионов плохо взаимодействует с основной плазмой и может достичь катода.

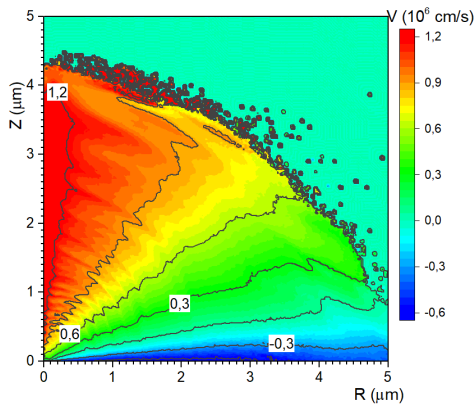


Рис. 4. Ионная скорость – Z компонента

Fig. 4. Ion drift velocity – Z component

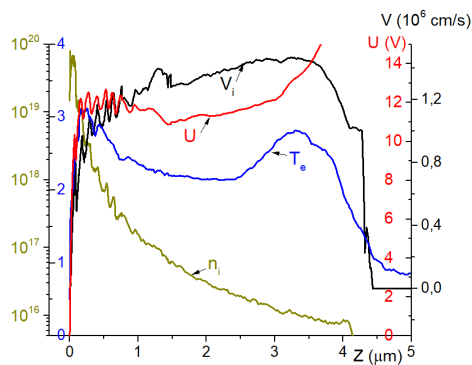


Рис. 5. Параметры плазмы вдоль оси

Fig. 5. Main plasma parameters along axis

Ионная фазовая диаграмма на рис. 6 также демонстрирует развитие кинетической неустойчивости по мере расширения плаз-

мы с соответствующим уменьшением плотности. Это ионно-звуковая неустойчивость, которая развивается, когда токовая скорость электронов превышает ионно-звуковую скорость, а электронная температура во много раз больше ионной температуры. Эти условия здесь выполняются. Неустойчивость развивается в основном вблизи оси разряда, где скорость электронов максимальна. Ионно-звуковая неустойчивость приводит к флуктуациям плотности и других макроскопических параметров, как это хорошо видно на рис. 5. В случае, показанном на рис. 6, текущая скорость электронов остается меньше их тепловой скорости везде, кроме области вблизи внешней границы плазмы.

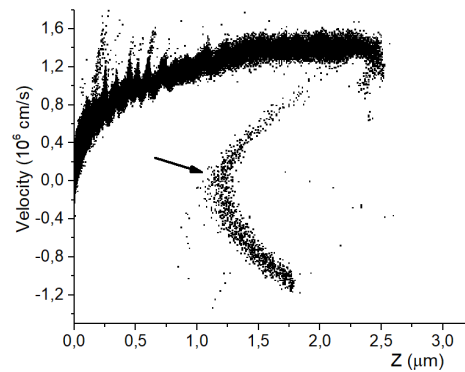


Рис. 6. Ионная фазовая диаграмма вдоль оси

Fig. 6. Ion phase portrait along axis.

Time – 250 ps; $I_{max} - 0.12$ A

Токовая неустойчивость спровоцирована сравнительно малой удельной ионной эрозией. Эрозия в нашей постановке определяется температурой катода в пятне. Как видно из рис. 7, суммарная удельная ионная эрозия в нашем случае равна 4 мкг/Кл, что примерно в 10 раз меньше удельной ионной эрозии (Er) для медного катода [19]. Также на рис. 7 показаны составляющие катодного тока в зависимости от времени. Видно, что обратный электронный ток I_{eb} вносит большой вклад в баланс токов. По абсолютной величине I_{eb} в данном случае примерно равен одной четвертой эмиссионного тока I_{em} . Вклад ионного тока (I_i) в полный ток незначителен.

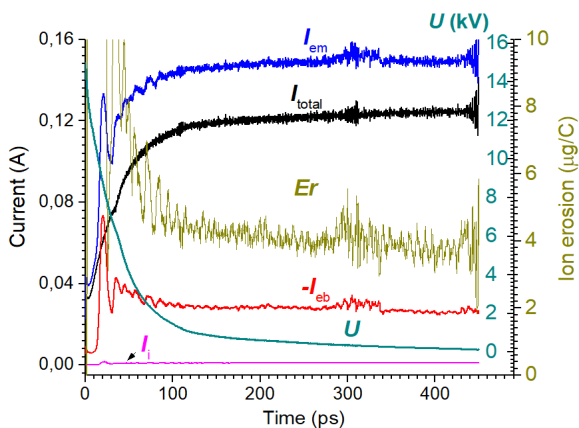


Рис. 7. Зависимость некоторых интегральных параметров от времени

Fig. 7. Depending of several integral parameters on time. Total current (I_{total}); electron emission current (I_{em}); current of backward electron (I_{eb}); ion current to cathode (I_i); net specific ion erosion (Er); anode potential (U).
 $I_{max} - 0.12 \text{ A}$

Распределения различных составляющих плотности тока на катоде показаны на рис. 8. На рисунке видна область пятна ($R < 0,1 \text{ мкм}$), где имеется эмиссионный ток, и остальная часть катодной области, где присутствуют только обратный электронный и ионный токи. Видно, что вблизи пятна плотность обратного электронного тока значительно превышает плотность ионного тока. Однако плотность обратного электронного тока уменьшается с увеличением радиуса значительно быстрее, чем плотность ионного тока. Во внешних областях плазменного сгустка преобладают ионный ток и ионный поток тепла (рис. 9). То есть из внешних областей плазменного облака катодного пятна на катод попадают практически только ионы, что дает дополнительные аргументы в пользу модели ретроградного движения катодного пятна, разработанной в [20]. В данной модели предполагается, что новое пятно возникает на месте пробоя тонких диэлектрических пленок на катоде при зарядке их ионным током из плазмы.

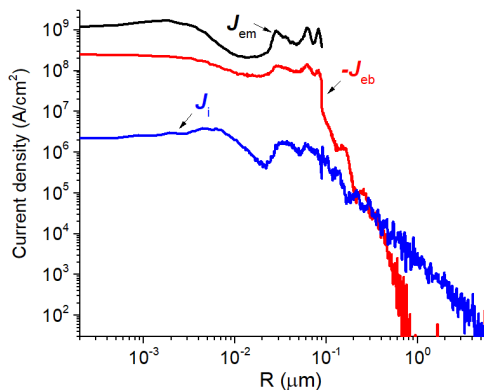


Рис. 8. Компоненты плотности тока вдоль катодной поверхности

Fig. 8. Current density component distributions on cathode surface. Electron emission current density (J_{em}); current density of backward electron (J_{eb}); ion current density (J_i); Time – 250 ps;
 $I_{max} - 0.12 \text{ A}$

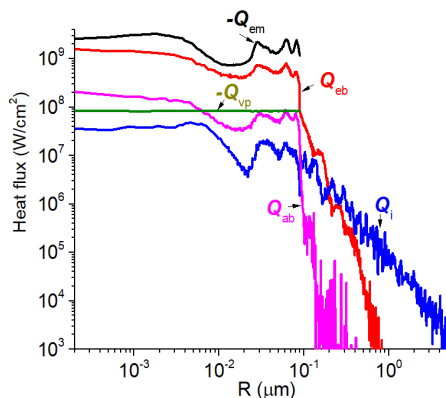


Рис. 9. Компоненты потока тепла вдоль катодной поверхности

Fig. 9. Heat flux component distributions on cathode surface. Heat fluxes from: electron emission (Q_{em}); backward electron (Q_{eb}); ion (Q_i); evaporation (Q_{vp}); backward atoms (Q_{ab}). Time – 250 ps;
 $I_{max} - 0.12 \text{ A}$

Возвращаясь к рис. 9, следует отметить, что суммарный тепловой поток, интегрированный по всей площади катода, в этом случае отрицательный. Тепловой поток составляет примерно $\sim -0,4 \text{ Вт}$, основной вклад в охлаждение вносит электронное эмиссионное охлаждение (Q_{em}), а основной вклад в нагрев вносит поток обратных электронов (Q_{eb}).

Вклад ионов (Q_i) в нагрев катода в области пятна наименьший. Если сравнить результаты данного моделирования с результатами одномерного кинетического моделирования [13], то можно заметить, что тепловой поток обратных электронов сравнительно мал. Кроме того, сравнительно мала электронная температура в прикатодной области. Связано это с тем, что в одномерном случае отсутствует боковое электронное охлаждение плазменной струи. В двумерном случае тепловые потоки из плазмы на катод сравнительно велики. Кроме того, имеет значение малый радиус горячего пятна. Очевидно, что при увеличении радиуса пятна и сохранении плотности тока значение бокового охлаждения должно уменьшаться. Тестовые расчеты, где радиус горячего пятна был увеличен в полтора раза, подтвердили данное предположение.

Проведем следующий численный эксперимент, поднимем в момент 300 пс в предыдущем расчете I_{\max} с 0,12 до 0,3 ампер. Из-за увеличения плотности тока токовая скорость электронов вырастает до порогового значения развития Бунемановской неустойчивости – электронной тепловой скорости. Если сравнить ионные фазовые диаграммы на рис. 6 и 10, то видно, что на расстоянии от катода $\sim 0,5$ мкм, где при малом токе наблюдались лишь легкие колебания, развивается катастрофическая Бунемановская неустойчивость. В этой области возникают разрыв плазмы и двойной плазменный слой. Таким образом плазменный факел разрывается на два облака: прикатодное и межэлектродное. Между ними возникает разность потенциалов. Электронный пучок из прикатодного облака нагревает электроны межэлектродного плазменного облака. Горячие электроны покидают облако, увеличивая положительный электрический потенциал облака. После этого ионы разлетаются с ускорением – происходит кулоновский взрыв и межэлектрод-

ное облако распадается. Часть высокоэнергетических ионов попадает на катод. Данный сценарий совпадает со сценарием развития неустойчивости, полученным при одномерном кинетическом моделировании [13].

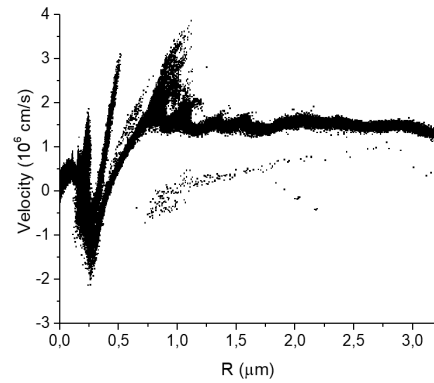


Рис. 10. Ионная фазовая диаграмма вдоль оси

Fig. 10. Ion phase portrait along axis.
Time – 350 ps; I_{\max} – 0.3 A

Как видно из рис. 11, распад плазмы приводит к падению удельной эрозии ниже нуля, т.е. из расчетного промежутка вытекает плазмы больше, чем туда втекает. При этом значительно увеличивается ионный ток на катод. Несмотря на то, что вклад ионов в полный ток остается сравнительно малым, вклад ионов в поток тепла на катод становится определяющим. При распаде межэлектродного облака ионы могут получить энергию несколько десятков электрон-вольт [13]. Благодаря этим ионам суммарный тепловой поток к катоду становится положительным. Как видно из рис. 11, суммарный тепловой поток (P) достигает $\sim 4,2$ Вт. Как видно из рис. 12, в начале распада ($t=280$ пс) вклад теплового потока от ионов сравним с тепловым потоком от обратных электронов в области горячего пятна. В момент максимума потока энергии ($t=500$ пс) поток тепла от высокоэнергетических ионов на уровне $\sim 10^7$ Вт/см² распределен почти однородно по всей поверхности катода в расчетном промежутке.

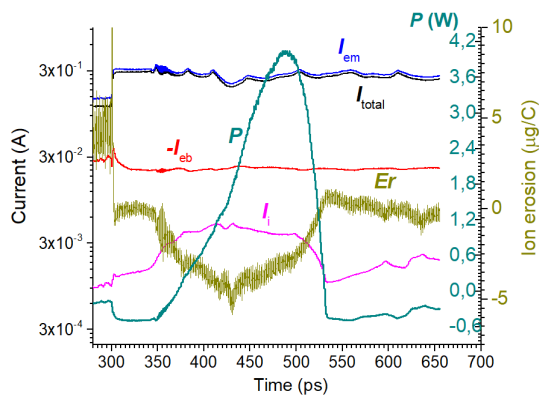


Рис. 11. Зависимость некоторых интегральных параметров от времени

Fig. 11. Depending of several integral parameters on time. Total current (I_{total}); electron emission current (I_{em}); current of backward electron to cathode (I_{eb}); ion current to cathode (I); net specific ion erosion (Er); power to cathode (P). $I_{max} = -0.3$ A

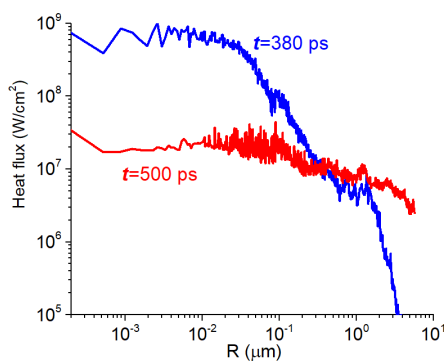


Рис. 12. Ионный тепловой поток на катод в разные моменты времени

Fig. 12. Ion heat flux to cathode in different time instants. $I_{max} = -0.3$ A

Проведенный численный эксперимент показывает, что при ограниченной катодной эрозии ток, пропускаемый через плазму катодного пятна в квазистационарном режиме, тоже ограничен. При превышении средней плотности тока в горячем пятне определенной величины происходит распад плазмы катодной струи. После чего на катод выбрасывается поток высокоэнергетических ионов. В проведенных расчетах пороговая плотность тока была порядка 10^9 А/см². Можно предположить, что ограничение величины тока на одно катодное пятно, наблюдаемое

в экспериментах [1], связано с подобными процессами. Особенно хорошо этот процесс должен работать в фазе вакуумной искры при быстром росте тока. Потoki ионов от распада плазмы на катод должны способствовать возникновению новых катодных пятен.

Выводы

Проведено двумерное кинетическое моделирование разлета токнесущей плазмы катодного пятна вакуумной дуги. Демонстрируются два принципиально разных решения для разлетающейся плазмы во внешнем электрическом поле, но в отличие от [13] в двумерном варианте. Первое решение – «спокойный» разлет плазмы при относительно малом токе, в которых возникают только ионно-звуковые токовые неустойчивости, не приводящие к катастрофическим последствиям. В этом режиме плазма расширяется со скоростью $\sim 10^6$ см/с, электронная температура плазмы достигает 3 эВ, а средний заряд ионов (Cu) ~ 2 . Во втором случае плотность тока достаточна для возбуждения неустойчивости Бунемана, после чего сгусток плазмы распадается, и ионы с относительно высокими энергиями разлетаются к аноду и катоду.

Благодарности / Acknowledgments

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-19-00360, <https://rscf.ru/project/23-19-00360>.

The research was carried out with financial support of Russian Science Foundation, grant No. 23-19-00360.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Mesyats G. A., Proskurovsky D. I. Pulsed Electrical Discharge in Vacuum. Berlin: Springer-Verlag, 1989. P. 293.
2. Barendgolt S. A., Mesyats G. A., Shmelev D. L. Mechanism of ion flow generation in vacuum arcs // J. Exp. Theor. Phys. 2001. V. 93. P. 1065–1073. DOI: 10.1134/1.1427117.

3. Wieckert C. A multicomponent theory of the cathodic plasma jet in vacuum arcs // *Beiträge aus der Plasmaphysik*. 1987. V. 27. P. 309–330. DOI: 10.1002/ctpp.19870270502.
4. Shmelev D. L., Litvinov E. A. The computer simulation of the vacuum arc emission center // *IEEE Trans. Plasma Sci.* 1997. V. 25. P. 533–537. DOI: 10.1109/27.640661.
5. Krinberg I. A. Acceleration of a multicomponent plasma in the cathode region of a vacuum arc // *Technical Physics*. 2001. V. 46. P. 1371–1378. DOI: 10.1134/1.1418498.
6. Nefedtsev E. V., Batrakov A. V. Simulations of the stable expansion of a monoelement three-component explosive-emission plasma // *Journal of Experimental and Theoretical Physics*. 2018. V. 26. P. 541–549. DOI: 10.1134/S1063776118030159.
7. Serikov V. V., Kawamoto S., Nanbu K. Particle-in-cell plus direct simulation Monte Carlo (PIC-DSMC) approach for self-consistent plasma-gas simulations // *IEEE Trans Plasma Sci.* 1999. V. 27. P. 1389–1398. DOI: 10.1109/27.799817.
8. Takizuka T., Abe H. A binary collision model for plasma simulation with a particle code // *Journal of computational physics*. 1977. V. 25. P. 205–219. DOI: 10.1016/0021-9991(77)90099-7.
9. Shmelev D. L., Barenholts S. A. Modeling of Cathode Plasma Flare Expansion // *IEEE Trans. Plasma Sci.* 2013. V. 41. P. 1964–1968. DOI: 10.1109/TPS.2013.2244921.
10. Shmelev D. L., Delachaux T., Schade E. Kinetic numerical simulation of the cathode attachment zone of constricted high-current vacuum arcs // *IEEE Trans. Plasma Sci.* 2013. V. 41. P. 384–390. DOI: 10.1109/TPS.2012.2234766.
11. Shmelev D. L. Kinetic model of short vacuum arc with hot evaporating anode // *IEEE Trans. Plasma Sci.* 2013. V. 41. P. 1969–1973. DOI: 10.1109/TPS.2013.2244918.
12. Shmelev D. L., Barenholts S. A., Tsventoukh M. M. On the anode potential fall in a vacuum arc: PIC simulation // *Plasma Sources Sci. Technol.* 2014. V. 23. Article number 062004. DOI: 10.1088/0963-0252/23/6/062004.
13. Shmelev D. L., Barenholts S. A., Tsventoukh M. M. Numerical simulation of plasma near the cathode spot of vacuum arc // *IEEE Trans. Plasma Sci.* 2017. V. 45. P. 3046–3053. DOI: 10.1109/TPS.2017.2754541.
14. Timko H., Sjobak K. N., Mether L., Calatroni S., Djurabekova F., Matyash K., Nordlund K., Schneider R., Wuensch W. From field emission to vacuum arc ignition: a new tool for simulating copper vacuum arcs // *Contr. Plasma Phys.* 2015. V. 55. P. 299–314. DOI: 10.1002/ctpp.201400069.
15. Wang D., Wang L., Liu J., Jia S. 2D particle-in-cell/Monte Carlo collisional simulation of the plasma initiation in the vacuum breakdown stage // *J. Phys. D: Appl. Phys.* 2019. V. 53, Iss. 3. Article number 035201. DOI: 10.1088/1361-6463/ab4c63.
16. Yang W., Zhou Q., Sun Q., Dong Z. Two-dimensional particle simulation on the behavior of multi-charged copper ions in the cathode spot of a pulsed vacuum arc discharge // *J. Appl. Phys.* 2019. V. 126. Article number 243303. DOI: 10.1063/1.5125223.
17. Yang W., Sun Q., Zhou Q. Particle modeling of vacuum arc discharges // *J. Appl. Phys.* 2020. V. 128. Article number 060905. DOI: 10.1063/5.0014485.
18. Huang W. D., Geng J. Y., Yan H., Liu Y. X., Liu X. H., Sun S. R., Wang H. X. Particle-in-cell simulation of vacuum arc breakdown process of tip-to-plate electrode configuration // *J. Appl. Phys.* 2022. V. 131. Article number 103303. DOI: 10.1063/5.0079589.
19. Anders A., Oks E. M., Yushkov G. Yu., Savkin K. P., Brown I. G., Nikolaev A. G. Measurements of the total ion flux from vacuum arc cathode spots // *IEEE Trans. Plasma Sci.* 2005. V. 33. P. 1532–1536. DOI: 10.1109/TPS.2005.856502.
20. Tsventoukh M. M., Barenholts S. A., Mesyats V. G., Shmelev D. L. Retrograde motion of cathode spots of the first type in a tangential magnetic field // *Tech. Phys. Lett.* 2013. V. 39. P. 933–937. DOI: 10.1134/S1063785013110138.