УДК 681.5

Исследование устойчивости многосвязных систем управления с запаздыванием

А. В. Елизарова

elizarovaanastasia@gmail.com

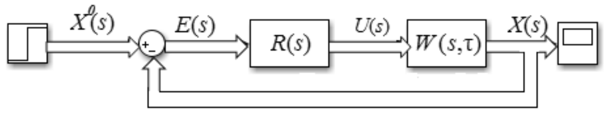
ФГБОУ ВО «Уфимский государственный авиационный технический университет» (УГАТУ)

Аннотация. Исследуется линейная многосвязная система автоматического управления (МСАУ) с запаздыванием в перекрестных каналах связи. Предлагается оценка критического значения запаздывания на основе системного подхода к описанию многосвязной системы в сочетании с частотными методами анализа устойчивости, а также моделирование процесса с использованием пакета MATLAB SIMULINK.

Ключевые слова: запаздывание, устойчивость, многосвязная система автоматического управления, метод декомпозиции.

Многосвязные системы автоматического управления (МСАУ) – системы, в которых одновременно осуществляется регулирование нескольких взаимосвязанных координат. В системах такого рода тяжело изучать в полной мере процессы самой системы, так как существует тесная взаимосвязь между процессами регулирования отдельных координат [1].

Постановка задачи: в статье рассматривается линейная замкнутая многосвязная система автоматического управления, состоящая из множества идентичных (гомогенных) сепаратных подсистем и связей через многомерный объект управления (рис. 1).



$X^0(s)$, $X(s)$ – векторы входных и выходных величин; $E(s)$ – единичная матрица; $W(s, \tau)$ – передаточная функция; $R(s)$ – МПФ регулятора.

Рис. 1. Структурная схема МСАУ

Данная МСАУ представлена с помощью следующих уравнений движения (1):

$$\begin{cases} X(s) = W(s)U(s), \\ U(s) = R(s)(X^0(s) - X(s)), \end{cases} \quad (1)$$

где $X^0(s)$, $X(s)$, $U(s)$ – векторы задающих, регулируемых, управляющих воздействий соответственно;

$W(s) = \left\| W_{ij}(s) \right\|_{n \times n}$ – матричная передаточная функция (МПФ) многомерного объекта по управляющим воздействиям, с запаздыванием в перекрестных связях;

$R(s) = diag\{R_1(s), R_2(s),..., R_n(s)\}$ – МПФ сепаратных регуляторов [1, 2].

Цель исследования: на основе системного подхода описание через характеристики связей и характеристики подсистем предлагается определение устойчивости системы с запаздыванием в перекрестных связях.

Используем подход, где линейная МСАУ рассматривается как множество управляемых подсистем, взаимосвязанных и взаимодействующих друг с другом и образующих единое целое. Данный вид системы можно описать на уровне физических подсистем и многомерных элементов связи между ними, которые рассматриваются в качестве первичных базовых элементов системы [1].

Рассмотрим однотипную МСАУ с запаздыванием в перекрестных связях. Передаточные функции объекта управления (ОУ) $W_{ij}(s)$ – однотипные, следовательно: $R_1W_1 = R_2W_2 = ... = R_nW_n$, где $W_{ij}(s) = \dfrac{K_{ij}(s)}{T_0 + 1}$ – матричная передаточная функция многомерного объекта;

$R_{ii}(s) = \dfrac{K_i(T_i s + 1)}{s(\tau_0 s + 1)}$ – передаточная функция регуляторов с учетом требования астатизма первого порядка по каждому из каналов будут равны.

Для полной МСАУ, состоящей из n подсистем и соответствующей системе уравнений (1), характеристика связи (ХС) в общем виде между k подсистемами имеет вид:

$$h_k(s) = \frac{\det\left[W_{ij}(s)\gamma_{ij}\right]_{k\times k}}{\det\left[W_{ij}(s)\delta_{ij}\right]_{k\times k}}.$$

Характеристическое уравнение МСАУ в общем виде имеет вид (2):

$$\begin{aligned} D(\Phi,h) = 1 + h_2^*(s)\Phi^2(s) + h_3^*(s)\Phi^3(s) + \ldots + \\ + h_n^*(s)\Phi^n(s) = 0 \end{aligned}, \quad (2)$$

где $h_k^*(s) = h_k(s)e^{-\tau s}$, $k = 1,\ldots,n$.

Проанализируем уравнение связей относительно переменной x (3):

$$\begin{aligned} D(\Phi,h) = 1 + h_2^*(s)x^2(s) + h_3^*(s)x^3(s) + \ldots + \\ + h_n^*(s)x^n(s) = 0 \end{aligned}. \quad (3)$$

Данное уравнение (3) выходит из (2) с помощью подстановки $\Phi(s)=x$.

Согласно известному критерию устойчивости для многомерных систем необходимо и достаточно, чтобы годограф амплитудно-фазовой характеристики (АФХ) подсистем $\Phi^*(j\omega,\tau)$, для всех $\omega\in(-\infty, +\infty)$, построенный на плоскости корней уравнения связи, не охватывал ни один из его корней [1–3].

Пример. Рассмотрим многосвязную САУ с тремя одинаковыми подсистемами, где передаточная функция каждой равна $W(s) = \dfrac{1}{1{,}1s^2 + s}$.

Характеристики связей равны: h_2= 2.015; h_3= 0.76.

Матричная передаточная функция равна:

$$W(s) = \begin{vmatrix} W_{11} & W_{12} & W_{13} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} \\ W_{31} & W_{32} & W_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0.2 & 0.1 \\ 1 & 1 & 1.35 \\ 0.5 & 0.1 & 1 \end{vmatrix}.$$

Добавив запаздывание в перекрестные связи, получаем:

$$W(s) = \begin{vmatrix} 1 & 0.2\times e^{0.01s} & 0.1\times e^{0.01s} \\ 1\times e^{0.02s} & 1 & 1.35\times e^{0.02s} \\ 0.5\times e^{0.04s} & 0.1\times e^{0.04s} & 1 \end{vmatrix},$$

где τ_1=0,01; τ_2=0,02; τ_3=0,04.

Характеристическое уравнение связи для САУ с тремя подсистемами равно (4):

$$D(s,x) = 1 + h_2^*(s)x^2 + h_3^*(s)x^3 = 0.$$

Корни характеристического уравнения связи (4) при ω=0 равны:
$x_{1,2}$=1.9864 ± 1.1352i; x_3=-1.3176 + 0.0000i.

Так как корни характеристического уравнения не пересекают годограф $W(j\omega)$, следовательно система устойчива (рис. 2).

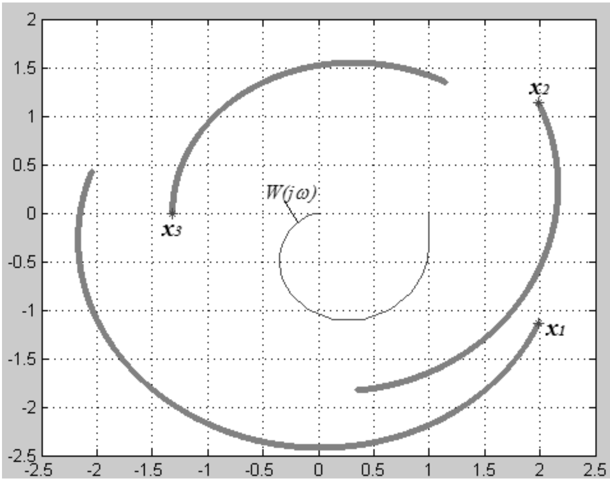


Рис. 2. Годограф МСАУ с запаздыванием в перекрестных связях

Повлиять на устойчивость системы можно не только с помощью значений τ, но и изменив коэффициенты перекрестных связей.

Рассмотрим ту же замкнутую САУ с тремя одинаковыми подсистемами, где передаточная функция каждой равна $W(s) = \dfrac{1}{1{,}1s^2 + s}$.

Характеристики связей равны: h_2= 4.23; h_3=-0.914.

Матричная передаточная функция равна:

$$W(s) = \begin{vmatrix} W_{11} & W_{12} & W_{13} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} \\ W_{31} & W_{32} & W_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3.85 & 1.1 \\ 0.9 & 1 & 1.7 \\ 0.35 & 0.5 & 1 \end{vmatrix}.$$

Добавив запаздывание в перекрестные связи, получаем:

$$W(s)=\begin{vmatrix} 1 & 3.85\times e^{0.01s} & 1.1\times e^{0.01s} \\ 0.9\times e^{0.02s} & 1 & 1.7\times e^{0.02s} \\ 0.35\times e^{0.04s} & 0.5\times e^{0.04s} & 1 \end{vmatrix},$$

где τ_1=0,01; τ_2=0,02; τ_3=0,04.

Корни характеристического уравнения связей (4) при ω=0 равны:
x_1=1.5348; x_2=0.5658; x_3=-0.4134.

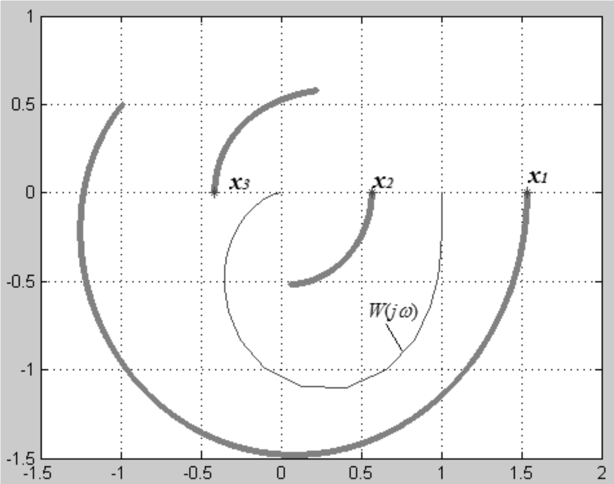


Рис. 3. Годограф МСАУ с запаздыванием в перекрестных связях

Так как один корень характеристического уравнения находится внутри годографа $W(j\omega)$, следовательно, система неустойчива (рис. 3).

Эффективность подхода подтверждена с помощью моделирования МСАУ с запаздыванием.

Исследование показало следующее:

- На основе системного подхода описание через характеристики связей и характеристики подсистем предложен метод определения устойчивости системы с запаздыванием в перекрестных связях.
- В трехсвязной МСАУ с одинаковыми подсистемами при τ_1=0,01; τ_2=0,02; τ_3=0,04 корни характеристического уравнения не пересекли годограф $W(j\omega)$, следовательно, система устойчива.
- Устойчивость МСАУ зависит не только от значений запаздывания, но и от коэффициентов перекрестных связей. После замены коэффициентов система вышла из состояния равновесия.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (Гранты РФФИ №18-08-00702 А, 18-08-01299 А).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Ильясов Б. Г., Кабальнов Ю. С.** Исследование устойчивости однотипных многосвязных систем автоматического управления с гомономными связями между подсистемами: Автоматика и телемеханика. – 1995. – №7. – с.82-90. [B. G. Ilyasov, Y. S. Kabalnov, “Investigation of the stability of homogeneous multiply connected automatic control systems with homonymy relationships between subsystems” in Automatics and telemechanics, vol 7. Road town: Pleiades Publishing, Ltd, 1995, in Russian, pp. 82-90]

2. **Ильясов Б. Г., Саитова Г. А**. Анализ устойчивости динамических систем, представленных в полиномиальной векторно-матричной форме: Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 2018, – № 2. – с. 171-178. [B. G. Ilyasov, G. A. Saitova, “Stability analysis of dynamic systems in polynomial vector-matrix representation” in Journal of Computer and Systems Science International, vol. 2. Road town: Pleiades Publishing, Ltd, 2018, pp. 171-178.]

3. **Ким Д.П.** Сборник задач по теории автоматического управления. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы. – М.: Физматлит, 2008. – 328 с. [Kim D. P. Collection of problems on the theory of automatic control. Multidimensional, nonlinear, optimal and adaptive systems. - M.: Fizmatlit, 2008. - 328 p.]

ОБ АВТОРЕ

ЕЛИЗАРОВА Анастасия Валерьевна, инженер каф. АСУ.

METADATA

Title: The study of the stability of multi-connected control systems with delay
Authors: A. V. Elizarova
Affiliation:
Ufa State Aviation Technical University (UGATU), Russia.
Email: elizarovaanastasia@gmail.com
Language: Russian.
Source: Molodezhnyj Vestnik UGATU (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University), no. 1 (20), pp. 59-61, 2019. ISSN 2225-9309 (Print).
Abstract: The article studies a nonlinear multi-connected automatic control system (ACS) with delay in cross communication channels. The estimation of the critical value of the delay on the basis of a systematic approach to the description of a multi-connected system in combination with frequency methods of stability analysis, as well as modeling of the process using the MATLAB SIMULINK package is proposed.
Key words: delay, stability, multi-connected automatic control system, decomposition method.
About author:
ELIZAROVA, Anastasia Valer’evna., engineer of the department of automated control systems, Ufa state aviation technical University.