УДК 004.056

# Прогнозирование технического состояния ГТД за пределы интервала наработки

**К. Л. Изиметов [1], Г. Ф. Спиридонов [2], А. А. Салимзянова [3], М. Н. Давыдов [4]**

[1] izimetovk2@mail.ru, [3] nikaxa@inbox.ru

ФГБОУ ВО «Уфимский государственный авиационный технический университет» (УГАТУ)

**Аннотация.** Прогнозирование дает возможность осуществлять эксплуатацию авиационных ГТД по состоянию, что позволяет существенно сократить затраты на обслуживание авиационной техники. Уменьшение затрат на обслуживание происходит за счет максимального снижения вероятности возникновения неисправностей и отказов, достигаемого за счет прогнозирования технического состояния за пределы наработки, при этом сокращается время обслуживания и ремонта и максимально уменьшается время простоя ГТД.

В работе прогнозирование проводится на основе регрессионного моделирования динамики изменения параметров двигателя в процессе наработки.

**Ключевые слова:** прогнозирование; техническое состояние; наработка; ресурс; ГТД.

## ВВЕДЕНИЕ

Прогнозирование технического состояния ГТД за пределы наработки представляет собой решение задачи экстраполяции, которое может быть получено как с помощью пассивного, так и активного эксперимента. В последнем случае для решения задачи экстраполяции могут быть использованы планы оптимальной экстраполяции, позволяющие оценить значение исследуемой функции в интересующей точке пространства входных переменных с максимальной точностью [1].

Рассмотрим случай, когда прогнозируемый параметр $y(x)$ зависит от входных (независимых) факторов $x = (x_1, x_2, \dots x_m)$ и функция связи имеет вид:

$$y(x) = \sum_{j=0}^{k} a_j f_j(x), \qquad (1)$$

где $a_j$ – искомые константы регрессионной модели; $(k+1)$ – число членов регрессионной модели; $x = (x_1, x_1, \dots x_m)$ – вектор входных факторов; $f_j(x)$ – известные функции входных факторов.

С учетом влияния случайных возмущений в эксперименте наблюдается величина:

$$y_i - y(x_i) + e_i = \sum_{j=0}^{k} a_j f_{ij}(x_i) + e_i; \quad i = \overline{1, N}, \qquad (2)$$

где $N$ – число наблюдений.

При этом предполагают, что ошибки $e_i$ в отдельных наблюдениях:

– имеют нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием и одинаковой дисперсией $\sigma^2$;

– не коррелированы между собой и не зависят от значений $f_{ij}(x_i)$ и $a_j$.

При введенных допущениях результаты наблюдений $y_1, y_2, \dots y_N$ являются независимыми, нормально распределенными случайными величинами с математическим ожиданием $\overline{Y}_i = y(x_i)$ и одинаковой для всех наблюдений с дисперсией $\sigma^2$.

Задача исследователя состоит в нахождении оценок неизвестных констант $a_j$ регрессионной модели (1).

Приведенные выше предположения дают возможность оценки констант $a_j$ методом наименьших квадратов (МНК) (минимизацией суммы квадратов отклонений наблюдаемых значений $y_i$ от их математических ожиданий $\overline{Y}_i$):

$$\sum_{i=1}^{N} e_i^2 = \min \sum_{i=1}^{N} \left[ y_i - \sum_{j=0}^{k} a_j f(x) \right]^2. \quad (3)$$

Мерой отклонения оценки регрессионной модели от истинной зависимости является дисперсия предсказанных по регрессионной модели (1) значений выходного параметра модели [1, 2]:

$$d(x) = \sigma^2 f^T(x) M^{-1} f(x), \quad (4)$$

где $\sigma^2$– дисперсия погрешности контроля выходного параметра модели в эксперименте; $M -$ информационная матрица Фишера, $T -$ символ транспонирования.

Тогда оптимальным для проведения эксперимента (контроля) является план $\varepsilon^*$, минимизирующий на множестве всех возможных планов величину дисперсии прогнозной оценки выходного параметра модели $У(x)$ в точке прогноза $x_0$:

$$K_T = d(x_0, \varepsilon^*) = \min_{\varepsilon} d(x_0, \varepsilon). \quad (5)$$

В случае экстраполяции в некоторый интервал или область $G_x$ входных факторов $(x_1, x_2 \dots x_m)$, недоступную для наблюдений, в качестве критерия оптимальности принимается величина максимальной или средней по этой области дисперсии предсказания значений выходного параметра $У(x)$. Тогда экстраполяционный план $\varepsilon^*$ будет оптимален в случае, если для него:

$$K_T = d(x_G, \varepsilon^*) = \min_{\varepsilon} \max_{x_G \in G_x} d(x_G, \varepsilon). \quad (6)$$

или если он минимизирует на множестве всех планов $\varepsilon$ величину:

$$K_T = \int_G^f d(x_G, \varepsilon^*) = \min_{\varepsilon} \int_{G_x}^f d(x_G, \varepsilon) dx_G. \quad (7)$$

Оптимизация плана эксперимента по критериям (5) ... (7) представляет собой $G$-оптимальное планирование эксперимента, позволяющее эффективно решать прогнозные (экстраполяционные) задачи. Применение такого плана эксперимента дает выигрыш в точности оценки регрессионного уравнения (1) до 50 % по сравнению $D$-оптимальным планом [1].

По плану, полученному с помощью $G$-критерия, проводят испытания, в результате которых получают ряд значений аргументов $X$ и соответствующих им значений выходной величины У, прогноз которой требуется получить. По модели с найденными коэффициентами и прогнозными значениями аргументов находится оценка (математическое ожидание) прогнозируемой выходной величины $У_{пр}$, т. е. проводится точечный прогноз, от которого затем переходят к интервальному прогнозу вида:

$$У = У_{пр} \pm \Delta У; \ \Delta У = t\sqrt{\sigma_y^2}, \quad (8)$$

где $t$ – квантиль распределения Стьюдента для $q$ % – уровня значимости и $p$ – степеней свободы $(p = N - k)$; $\sigma_y^2$ – дисперсия индивидуального (реального) значения прогнозируемой величины, определяющая ошибку прогноза $\delta$.

С учетом составляющих ошибки прогноза, которая зависит от вида модели и разброса значений У относительно математического ожидания прогноза, ошибка прогноза оценивается дисперсией:

$$\sigma_y^2 = \sigma^2(1 + d(X_{пр}, \varepsilon_N^*)), \quad (9)$$

где $(X_{пр}, \varepsilon_N^*)$ – дисперсия плана эксперимента в точке $X_{пр}$ в области $X$.

Фактор времени является одним из основных при проведении ресурсных испытаний, уменьшить длительность которых можно двумя способами:

– прогнозированием параметров изделия по времени без форсирования параметров режима нагружения.

– форсированием параметров режима нагружения;

Во втором случае, как правило, решается задача планирования эксперимента по определению коэффициента ускорения испытаний.

В первом случае возможны следующие варианты.

А. Сокращение длительности за счет оптимального распределения опытов на временной оси. Проведение эксперимента по плану $\varepsilon_2(N_Y)$ позволяет обеспечить такое же значение дисперсии прогнозируемого значения «*y*» при неизменном объеме эксперимента ($N_Y = N_H$), но за более короткое время $\tau_{Y.1}$:

$$\sigma^2(\varepsilon_1, \tau_H) = \sigma^2(\varepsilon_2, \tau_{Y.1}); \quad N_Y = N_H,$$

где $\Delta\tau_1$ – эффект по сокращению длительности испытаний; $\sigma^2(\varepsilon, \tau)$ – дисперсия прогнозируемого параметра при реализации эксперимента по плану ε, для которого верхняя граница по длительности равна τ. Областью определения τ является интервал $0 \dots \tau_H$.

Для случая, когда все измерения значений $y_i$ проводятся на одном изделии, критерием эффективности плана является условие:

$$K_\tau = \min \Pi_\tau = \min[\max_j \tau_j];$$

$$\sigma^2(\varepsilon_1, \tau_H) = \sigma^2(\varepsilon_2, \tau_Y); j = \overline{1, N_Y};$$

$$N_Y = N_H.$$

Б. Очевидно, что больший эффект по сокращению длительности испытаний может быть достигнут за счет увеличения количества повторных опытов в плане эксперимента на интервале $0 \dots \tau_Y$:

$$K_\tau = \min \Pi_\tau = \min[\max_j \tau_j];$$

$$\sigma^2(\varepsilon_H, \tau_H) = \sigma^2(\varepsilon_Y, \tau_Y); \quad j = \overline{1, N_Y};$$

$$N_Y > N_H.$$

Для случая, когда реализация каждого опыта в плане эксперимента требует отдельного изделия (образца), критерием эффективности является минимизация показателя, характеризующего общую (суммарную) длительность реализации опытов по плану $\varepsilon_Y$:

$$K_\tau = \min \Pi_\tau = \min \sum_{j=1}^{N_Y} \tau_j;$$

$$\sigma^2(\varepsilon_H, \tau_H) = \sigma^2(\varepsilon_Y, \tau_Y); \; N_Y > N_H.$$

В. Из выше сказанного следует, что минимизация показателя $\Pi_\tau$ может проводиться за счет варьирования как спектром плана (координатами размещения точек эксперимента на числовой оси $0 \dots \tau$), так и количеством опытов $N_Y (N_Y \epsilon\, 1 \dots \infty)$:

$$K_\tau = \min \Pi_\tau = \min \sum_{j=1}^{N_Y} \tau_j;$$

$$\sigma^2(\varepsilon_H, \tau_H) = \sigma^2(\varepsilon_Y, \tau_Y); \; N_Y \epsilon\, 1 \dots \infty.$$

**Пример.** Коэффициент полезного действия (КПД) компрессора испытываемого двигателя в начале длительных испытаний составляет $\eta_K^* = 0{,}85$. На основе анализа статистических данных по двигателям-прототипам установлено, что $\eta_K^*$ изменяется по времени по параболе $\eta_K^* = a_0 + a_1\tau + a_2\tau^2$. Число замеров по определению $\eta_K^*$ составляет $N = 7$. Дисперсия погрешности определения $\eta_K^*$ $\sigma_\eta^2 = 2{,}5 \cdot 10^{-5}$.

Необходимо:

– методом прогнозирования по времени оценить значение $\eta_K^*$ на момент времени равный $\tau_{\text{рес}}$ = 3000 ч с погрешностью не более ± 0,02. При этом длительность испытаний не должна превышать 2000 ч;

– определить время, при котором необходимо провести промывку компрессора, если известно, что параметрический отказ двигателя наступает при $\eta_K^* = 0{,}7$.

*Решение.* Нормируя длительность испытаний (0...2000 ч) от «–1» до «+1», определяем нормированное значение координаты прогнозируемой точки $\tau_{\text{пр}} = 2$.

В соответствии с критерием *G*-оптимальности замер параметров двигателя с целью определения $\eta_K^*$ следует проводить следующим образом: 1 замер в начале, 3 замера в середине (τ = 1000 ч) и 3 замера в конце испытаний ($\tau = 2000$ ч). При этом дисперсия плана $d(\tau_{\text{пр}}, \varepsilon_N^*) = \min d(\tau_{\text{пр}}, \varepsilon_N) = 2{,}33$ (для сравнения дисперсия для равномерного плана, т. е. когда контроль параметров проводится через каждые 100 ч, равна $d = 6{,}45$).

После проведения 2000-часовых испытании и обработки результатов эксперимента получена регрессионная модель вида:

$$\eta_K^* = 0{,}85 - 1{,}3 \cdot 10^{-5}\tau - 1{,}1 \cdot 10^{-8}\tau^2. \quad (10)$$

Значение $\eta_K^*$ в конце испытаний снизилось до $\eta_K^* = 0{,}78$.

Точечный прогноз значения $\eta_K^*$ на время $\tau = 3000$ ч по регрессионной модели (10) составляет $\eta_K^* = 0{,}71$, интервальный – $\eta_K^* = 0{,}71 \pm 0{,}02 = 0{,}69 \ldots 0{,}73$ (для равномерного плана испытаний $\eta_K^* = 0{,}71 \pm 0{,}03 = = 0{,}68\ldots0{,}74$).

Время, при котором наступает параметрический отказ двигателя ($\eta_K^* \le 0{,}7$), составляет 2920 ч (для равномерного плана испытаний – 2830 ч).

Таким образом, для заданной погрешности оценки коэффициента полезного действия $\eta_K^*$ применение прогнозирования по времени позволяет сократить длительность испытаний в 1,5 раза.

Рассмотрим вопрос планирования эксперимента по определению коэффициента ускорения испытаний на надежность [2].

Ускоренные испытания технических систем проводятся в специальных условиях, которые характеризуются повышенным уровнем воздействующих факторов, называемых факторами нагружения, например, при испытаниях газотурбинных двигателей к ним относятся: повышенная температура, вибрация, частота вращения, частота пусков, повышенные влажность, удельные нагрузки в зацеплении шестерен, запыленность и др. При ускоренных испытаниях на надежность количество факторов форсировки обычно варьируется от двух до четырех. Для получения зависимости коэффициента ускорения от факторов форсировки возможно применение планированного эксперимента. При этом функциональные зависимости рассматриваются в полиномиальном виде:

$$y = a_0 + \sum a_i x_i + \sum a_{ij} x_i x_j,$$

или для планов второго порядка в виде:

$$y = a_0 + \sum a_i x_i + \sum a_{ij} x_i x_j + \sum a_{ij} x_i^2.$$

Функциональная связь коэффициента ускорения с факторами нагрузки определяется математической обработкой результатов эксперимента.

Для проведения испытаний необходимо выполнить следующие операции:

– разделить исследуемую систему на отдельные подсистемы;

– установить факторы, воздействующие на отдельные узлы, и определить совокупность факторов, которые должны быть воспроизведены при ускоренных испытаниях;

– установить предельные значения основных воздействующих факторов;

– выбрать контрольные параметры и установить критерии отказа;

– выбрать центр плана, уровни и интервалы варьирования факторов;

– составить план эксперимента по определению коэффициента ускорения и обеспечить реализацию заданных уровней форсирования по каждому из факторов.

Отсутствие информации часто не дает возможности аргументировано ответить на вопрос выбора центральной точки и интервалов варьирования, что, в свою очередь, приводит к необходимости применения планов 2-го порядка. Это значительно повышает стоимость и громоздкость эксперимента в целом, а в некоторых условиях делает его вообще невозможным. Прямая реализация планов не только 2-го, но и 3-го порядка в условиях малого объема выборки весьма затруднительна (каждый опыт – это изделие или образец).

Решение поставленной задачи возможно следующим образом:

1) уровни по фактору «время» перед проведением эксперимента не фиксируются. Нижние, нулевые и верхние уровни определяются только для факторов форсирования;

2) реализуется матрица полного факторного эксперимента (ПФЭ). Первым фактором является фактор $t$ – «время». Наличие фактора «время» в первом столбце позволяет при факторах ставить ПФЭ типа $2^{k-1}$. Одно и то же изделие используется как на нижнем, так и на верхнем уровне фактора «время», что в 2 раза снижает количество опытов;

3) каждый из опытов доводится до отказа исследуемого изделия;

4) значение параметра оптимизации (критерия работоспособности) замеряется не в отдельных точках – вершинах исследуемого гиперкуба, а непрерывно, если это возможно, или дискретно через незначительные временные интервалы.

Данный порядок реализации матрицы планирования обладает следующими основными свойствами, которые позволяют решить поставленную задачу:

– количество опытов сокращается вдвое;

– существует гарантия, что все опыты будут реализованы;

– отсутствие фиксации уровней и интервалов варьирования по времени позволяет в случае первоначальной неадекватности математической модели перейти к нелинейному преобразованию координат путем замены независимых переменных на новые, например, вида $\xi_i = x_i^{\alpha_i}$ или $\xi_i = \ln x_i$, т. е. к логарифмической или экспоненциальной шкале времени.

В табл. 1 приведена матрица ПФЭ для 4 факторов, один из которых – время. Обе матрицы взаимопроникающие и реализуются на одних и тех же изделиях.

Таблица 1

**План эксперимента для определения коэффициента ускорения испытаний**

| № изделия | № опыта | $x_1(t)$ | $x_2$ | $x_3$ | $x_4$ | Время отказа |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | – | – | – | – | $y_1$ |
| | 2 | + | – | – | – | $y_{12}$ |
| 2 | 3 | – | + | – | – | $y_3$ |
| | 4 | + | + | – | – | $y_4$ |
| 3 | 5 | – | – | + | – | $y_5$ |
| | 6 | + | – | + | – | $y_6$ |
| 4 | 7 | – | + | + | – | $y_7$ |
| | 8 | + | + | + | – | $y_8$ |
| 5 | 9 | – | – | – | + | $y_9$ |
| | 10 | + | – | – | + | $y_{10}$ |
| 6 | 11 | – | + | – | + | $y_{11}$ |
| | 12 | + | + | – | + | $y_{12}$ |
| 7 | 13 | – | – | + | + | $y_{13}$ |
| | 14 | + | – | + | + | $y_{14}$ |
| 8 | 15 | – | + | + | + | $y_{15}$ |
| | 16 | + | + | + | + | $y_{16}$ |
| 9 | 17 | 0 | 0 | 0 | 0 | $y_{17}$ |
| 10 | 18 | 0 | 0 | 0 | 0 | $y_{18}$ |

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. **Круг Г. К., Сосулин Ю. А., Фатуев В. А.** Планирование эксперимента в задачах идентификации и экстраполяции. М.: Наука, 1977. 208 с. [G. K. Krug, Yu. A. Sosulin, V. A. Fateev, Design of experiments in problems of identification and extrapolation, (in Russian). Moscow: Nauka, 1977.]

2. **Гишваров А. С.** Повышение эффективности многокритериального планирования многофакторного эксперимента. М.: Машиностроение, 2014. 215 с. [A.S. Gishvarov, Improving the effectiveness of multi-criteria planning of a multifactor experiment, (in Russian). Moscow: Mashinostroenie, 2014.]

**ОБ АВТОРАХ**

**ИЗИМЕТОВ Кирилл Леонидович,** магистрант 1-го курса факультета авиационных двигателей энергетики и транспорта.

**СПИРИДОНОВ Григорий Федорович,** магистрант 1-го курса факультета авиационных двигателей энергетики и транспорта.

**САЛИМЗЯНОВА Айгуль Альфировна** асп. каф авиационных двигателей. Дипл. маг. по энер. машин. (УГАТУ, 2014). Исс. в обл. надежности и ресурса ГТД.

**ДАВЫДОВ Марсель Николаевич,** доц. каф. авиац. двигателей. Дипл. инж.-мех. по авиац. двигателям (УГАТУ, 2002). Канд. техн. наук по тепл. и э/ракетн. двигателям ЛА (УГАТУ,2006). Иссл. в обл. ускоренных испытаний техн. систем.

**METADATA**

**Title:** Forecasting the technical condition of a gas turbine engine beyond the operating time interval

**Authors:** K. L. Izimetov [1], G. F. Spiridonov [2], A. A. Salimzyanova [3], M. N. Davydov [4]

**Affiliation:**

Ufa State Aviation Technical University (UGATU), Russia.

**Email:** [1] izimetovk2@mail, [3]nikaxa@inbox.ru

**Language:** Russian.

**Source:** Molodezhnyj Vestnik UGATU (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University), no. 1 (22), pp. 76-80, 2020. ISSN 2225-9309 (Print).

**Abstract:** Forecasting makes it possible to operate aviation gas turbine engines according to their condition, which significantly reduces the cost of servicing aviation equipment. The reduction of maintenance costs is due to the maximum reduction in the probability of failures and failures, achieved by predicting the technical condition beyond the operating time, while reducing the maintenance and repair time and reducing the downtime of the gas turbine engine as much as possible.

In this paper, the prediction is based on regression modeling of the dynamics of changes in engine parameters during operation.

**Key words:** forecasting; technical condition; operating time; resource; gas turbine engine.

**About authors:**

**ISIMETOV, Kirill Leonidovich,** 1st year undergraduate of the faculty of aircraft engines in energy and transport.

**SPIRIDONOV, Gregory Fedorovich,** 1st year undergraduate of the faculty of aircraft engines in energy and transport.

**SALIMZYANOVA, Aigul Alfirovna,** PhD Stud., Dept. of Aircraft Engines. Power Engineering (USATU, 2014).

**DAVYDOV, Marsel Nikolaevich**, Dipl. engineer of aircraft engines (USATU, 2002), Cand. of Tech. Sci. (UGATU, 2006).