

## МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ВАРИОГРАММ СЛУЧАЙНОГО ПОЛЯ

К. В. ФРЕЙДИН

kirillfr97@mail.ru

ФГБОУ ВО «Уфимский государственный авиационный технический университет» (УГАТУ)

**Аннотация.** Одной из основных проблем при построении геологической модели разведываемого месторождения является учет пространственной корреляции данных геофизических исследований скважин. При построении интерполяционных моделей методами геостатистики ключевым инструментом для оценки изменчивости данных является вариограмма. Статья посвящена исследованию эффективности классического и периодограммного подходов построения экспериментальной вариограммы по заданному случайному полю в трехмерном евклидовом пространстве.

**Ключевые слова:** вариограмма; случайное поле; преобразование Фурье; периодограмма; корреляционная функция; конус поиска; спектральная плотность.

### ВВЕДЕНИЕ

Построение геологических моделей при помощи методов геостатистики в современной нефтедобывающей отрасли является ее неотъемлемой частью, так как это позволяет уточнить геологическое строение месторождений и оценить их углеводородный потенциал. В таких моделях необходимо учитывать пространственную корреляцию для того, чтобы корректно отобразить литологию пласта.

Одним из способов описания пространственной корреляции является построение вариограмм – статистических моментов второго порядка, которые широко применяются в силу своей простоты при использовании в интерполяционных моделях. Однако классический метод построения вариограмм, который представлен, например, в [1] и [2], имеет высокую вычислительную сложность, а для учета пространственной анизотропии требует расчета нескольких вариограмм вдоль различных направлений [3].

В данной статье предложен метод построения вариограмм на основе спектральной теории стационарных случайных процессов, который лишен описанных выше недостатков.

### ОБЩИЕ ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ

Данные, поступающие с различных приборов, погруженных в скважину, всегда имеют некоторую погрешность, что связано с наличием, как инструментальной погрешности, так и непрерывного изменения условий работы. Кроме того, процесс осадконакопления неоднороден. Следовательно, можно принять гипотезу о том, что значения, полученные с помощью геоинформационных систем (ГИС), можно считать случайными величинами. Тогда вся совокупность данных может быть представлена как одна из реализаций случайного поля  $S(x, y, z)$ .

Для упрощения записи, не ограничивая общности, будем рассматривать двумерное случайное поле  $S(x, y)$  и его реализацию  $s(x, y)$ ,  $x, y \in \mathbb{R}$  с нулевым математическим ожиданием. Также предполагается, что поле стационарно в широком смысле и обладает свойством эргодичности, то есть выполняется условие Слуцкого [4]:

$$\lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_0^T K_S(h) dh = 0, \quad (1)$$

где  $K_S(h)$  – корреляционная функция (КФ) случайного поля.

**КЛАССИЧЕСКИЙ МЕТОД**

Рассмотрим классический метод построения вариограмм случайного поля. Из свойства стационарности, в соответствии с определением, приведенным в [5], корреляционная функция  $K_S(x_1, y_1, x_2, y_2)$  является функцией расстояния  $h$  между точками  $S(x_1, y_1)$  и  $S(x_2, y_2)$ :

$$K_S(x_1, y_1, x_2, y_2) = E[S(x_1, y_1) \cdot S(x_2, y_2)] = K_S(h), \quad (2)$$

Вариограмма  $\gamma_S(h)$  будет иметь вид:

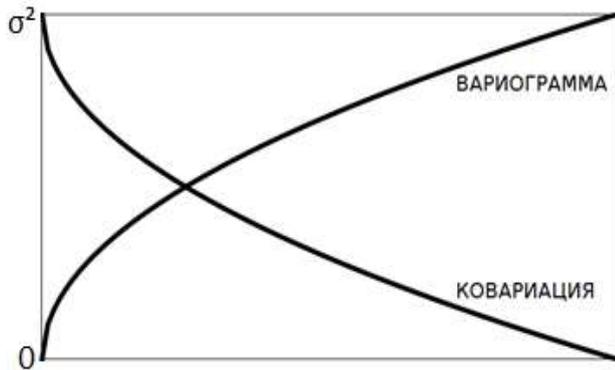
$$\gamma_S(h) = \frac{1}{2} \cdot E \left[ (S(x_2, y_2) - S(x_1, y_1))^2 \right], \quad (3)$$

где  $x_2 = x_1 + \Delta x, \quad y_2 = y_1 + \Delta y,$   
 $h = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$  – расстояние между точками.

Также для стационарных полей существует следующая зависимость (рис. 1) между корреляционной функцией (ковариацией) и вариограммой:

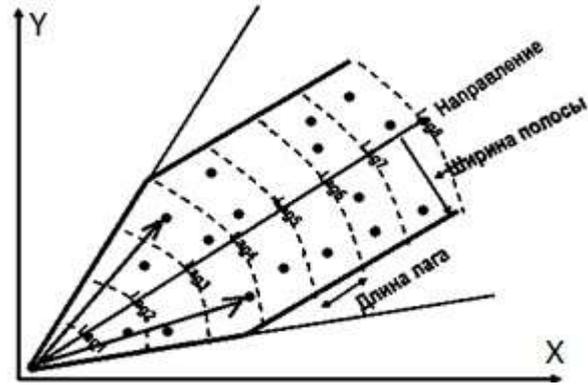
$$\gamma_S(h) = K_S(0) - K_S(h), \quad (4)$$

где  $K_S(0) = D[S(x, y)]$  – дисперсия случайного поля  $S(x, y)$ .



**Рис. 1.** Графики корреляционной функции (ковариации) и вариограммы для стационарного поля

Учет анизотропии осуществляется при помощи «конуса поиска» [3], который позволяет кластеризовать данные согласно их направлению и решить проблему с нерегулярно распределенными данными в рассматриваемой области (рис. 2).



**Рис. 2.** Конус поиска

**ПЕРИОДОГРАММНЫЙ МЕТОД**

Согласно теореме Винера-Хинчина (Винера-Колмогорова) [6], всякая КФ стационарного случайного поля  $S(x, y)$  связана прямым и обратным преобразованиями Фурье (ПФ) со спектральной плотностью (СП) этого поля:

$$W_S(\omega, \nu) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} K_S(h) e^{-i(\omega x + \nu y)} dx dy \quad (5)$$

$$K_S(h) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} W_S(\omega, \nu) e^{i(\omega x + \nu y)} d\omega d\nu \quad (6)$$

где  $W_S(\omega, \nu)$  – СП стационарного поля  $S(x, y)$ ,  $K_S(h)$  – корреляционная функция стационарного случайного поля  $S(x, y)$ .

Следовательно, используя данную теорему и формулу (4), можно построить вариограмму случайного поля непосредственно из данных при помощи ПФ.

**РЕЗУЛЬТАТЫ**

Для трехмерного случайного поля, представленного на рис. 3, а, проведена серия вычислительных экспериментов, в ходе которой было показано, что периодограммный метод позволяет строить вариограммы вдоль различных направлений значительно быстрее, чем классический метод (табл. 1). При этом разница между получаемыми графиками составляет ~1% (Рис. 3, б).

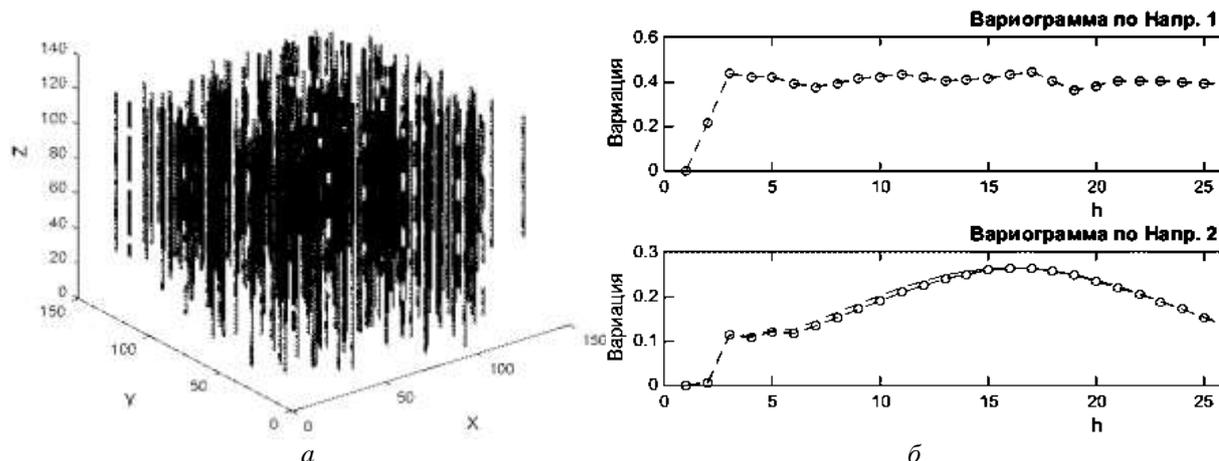


Рис. 3. (а) – реализация случайного поля (б) – вариограммы, построенные вдоль различных направлений (штрих пунктиром обозначены результаты периодограммного метода, точками – классического метода)

Таблица 1

Время работы алгоритмов  
в зависимости от количества направлений

Число направлений	Время работы, секунд	
	Периодограммный метод	Классический метод
3	1.794	4.855
5	1.798	8.062

Также установлено, что время работы алгоритма периодограммного метода не зависит от числа лагов, по которым идет расчет вариограмм (табл. 2).

Таблица 2

Время работы алгоритмов  
в зависимости от количества лагов

Число лагов	Время работы, секунд	
	Периодограммный метод	Классический метод
40	1.980	2.586
80	1.994	4.855

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрены два метода построения вариограмм в анизотропных средах: классический метод с применением конуса поиска и периодограммный метод, основанный на спектральной теории случайного поля.

Проведен сравнительный анализ, созданных алгоритмов. Показано, что:

– время работы алгоритма периодограммного метода, в отличие от классического, не зависит от количества лагов и чис-

ла выбранных направлений, вдоль которых строятся вариограммы;

– время работы алгоритма периодограммного метода меньше, чем классического при том же размере входных данных, числе лагов и направлений;

– разница между получаемыми результатами двух методов составляет менее 1% по всем выбранным направлениям.

Таким образом, представленный метод построения экспериментальных вариограмм позволяет значительно сократить время расчета без потери точности.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ковалевский Е. В. Геологическое моделирование на основе геостатистики [Электронный ресурс]: курс лекций для студентов / Е. В. Ковалевский, EAGE. — 2011. — 122 с. — URL: [http://petroportal.ru/uploads/library/10\\_4b6fc13e7ef16f780697332a41680c31.pdf](http://petroportal.ru/uploads/library/10_4b6fc13e7ef16f780697332a41680c31.pdf). [E. V. Kovalevskiy, Geological Modelling on the Base of Geostatistics [Online]. Available: [http://petroportal.ru/uploads/library/10\\_4b6fc13e7ef16f780697332a41680c31.pdf](http://petroportal.ru/uploads/library/10_4b6fc13e7ef16f780697332a41680c31.pdf)]
2. Дюбрал О. Использование геостатистики для включения в геологическую модель сейсмических данных / О. Дюбрал; EAGE, Зейст. — 2002. — 296 с. [O. Dubrule, Geostatistics for Seismic Data Integration in Earth Models. Zeist: European Association of Geoscientists and Engineers "EAGE", 2002.]
3. Демьянов В. В. Геостатистика: теория и практика / В. В. Демьянов, Е. А. Савельева; под ред. Р. В. Арутюняна; Ин-т проблем безопасного развития атомной энергетики РАН. — М.: Наука, 2010. — 327 с. (в пер.). [V. V. Demyanov, Geostatistic: theory and practice, (in Russian). Moscow: Nuclear Safety Institute of the Russia Academy of Sciences "IBRAE RAN", 2010.]
4. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы / С.И. Баскаков: Учебник. — М.: Высшая школа, 1983. — 536 с.: ил. [S. I. Baskakov, Signals and Circuits, (in Russian). Moscow: Higher School, 1983.]

5. **Байков В. А.** Математическая геология: Т. I: Введение в геостатистику. / В. А. Байков, Н. К. Бакиров, Л. А. Яковлев — М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2012. — 228 с. [V. A. Baykov, Mathematical geology, (in Russian). Moscow: Institute of Computer Sciences, 2012.]

6. **Гоноровский И. С.** Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник для вузов. / И.С. Гоноровский — 4-е изд., перераб. и доп. — М.: Радио и связь, 1986. — 512 с. [I. S. Gonorovskiy, Signals and Circuits, (in Russian). Moscow: Radio i svyaz, 1986.]

#### ОБ АВТОРЕ

**ФРЕЙДИН Кирилл Викторович**, магистрант 1-го курса факультета ОН, УГАТУ.

#### METADATA

**Title:** Methods for constructing the experimental variogram of the random field

**Author:** K. V. Freydin

**Affiliation:**

Ufa State Aviation Technical University (USATU), Russia.

**Email:** kirillfr97@mail.ru

**Language:** Russian.

**Source:** Molodezhnyj Vestnik UGATU (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University), no. 2 (23), pp. 143-146, 2020. ISSN 2225-9309 (Print).

**Abstract:** One of the main problems in the process of prospected field geological model's construction lies in spatial correlation accounting of boreholes' geophysical research data. Variogram is the key tool for estimation of data's variability during the composition of interpolation models by geostatistics methods. The article is dedicated to the research of classic and periodogram approaches' effectiveness in experimental variogram's construction by specified random field in tridimensional Euclidean space.

**Key words:** variogram; random field; Fourier transformation; periodogram; correlation function; search cone; spectral density.

**About author:**

**FREYDIN, Kirill Viktorovich**, first year student in the master's program of USATU