

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ГИДРОУСИЛИТЕЛЯ С СИЛОВОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ ПО ПОЛОЖЕНИЮ

Д. Р. КАМАЛОВ¹, П. В. ПЕТРОВ²

¹ denis_1997.1997@mail.ru, ² pgl.petrov@mail.ru

ФГБОУ ВО «Уфимский государственный авиационный технический университет» (УГАТУ)

Аннотация. В статье рассматриваются вопросы численного моделирования динамических характеристик гидроусилителя с силовой обратной связью по положению. Задачей является замена исходного объекта математической моделью с дальнейшим проведением вычислительного эксперимента на ЭВМ. Исследуется влияние безразмерных относительных постоянных времени на качество переходных процессов.

Ключевые слова: математическая модель; программа; компьютерное моделирование; гидроусилитель; динамические характеристики; MathCAD; дифференциальные уравнения; силовая обратная связь; обобщенные характеристики.

ВВЕДЕНИЕ

Для более точной проработки динамических режимов работы таких технических устройств, как гидроусилители, первоочередной задачей является создание математической модели, основанной на фундаментальных уравнениях сохранения энергии и расхода, что позволит максимально точно и оперативно описать динамические режимы изучаемого объекта [1]. Теоретическое исследование таких сложных математических моделей не всегда возможно, поэтому на данном этапе развития компьютерных технологий, решение таких сложных задач разумно выполнять на ЭВМ. Компьютерная имитация основных процессов, происходящих с устройством, с использованием различных математических пакетов становится практически единственным средством исследования сложных технических устройств.

Компьютерное моделирование с использованием различных математических пакетов, в первую очередь, имеет главное преимущество перед «реальным» исследованием объекта – это сокращение времени, но все же остается неокончательным этапом исследования объекта, т.к. требует заключительной проверки и реального эксперимента.

Целью данного моделирования является изучение и построение основных размерных и безразмерных характеристик объекта, а также оценка влияния различных нелинейностей.

Задачи:

- разработка математической модели;
- предварительных расчет;
- построение основных размерных характеристик;
- расчет и построение характеристик безразмерной модели;
- анализ влияния нелинейностей;
- построение обобщенных характеристик.

В данной работе показан вариант использования простого математического пакета MathCAD, который позволяет произвести предварительные расчеты по заданным дифференциальным уравнениям и наглядно показать динамические характеристики данного технического устройства.

Объектом исследования является гидроусилитель с силовой обратной связью по положению (рис. 1).

В гидроусилителях с силовой обратной связью по положению входным сигналом является усилие, которое воспринимается управляющим элементом дросселирующего гидрораспределителя. Главным преимуществом является то, что управляющее усилие может быть использовано в качестве управляющего сигнала без каких-либо дополнительных преобразований [2].

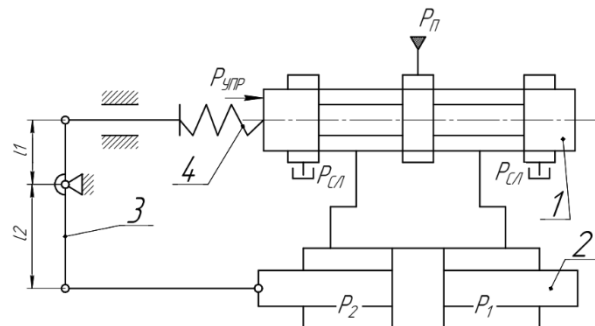


Рис. 1. Принципиальная схема гидроусилителя с силовой обратной связью по положению: 1 – двухщелевой золотниковый гидрораспределитель; 2 – гидроцилиндр; 3, 4 – силовая обратная связь

$F := \frac{\pi \cdot 0.08^2}{4}$	$x := 2 \cdot 10^{-3}$
$E := 2 \cdot 10^8$	$\mu := 0.8$
$k := 0.8$	$m := 100$
$\rho := 785$	$K_v := 500$
$P := 16 \cdot 10^6$	$K_{oc} := 0.5$
$V := 10^{-5}$	$b := 2 \cdot 10^{-3}$
$k_{oc}(y) := \text{if} \left(K_{oc} \cdot k \cdot y \leq \frac{x}{2}, 0, K_{oc} \cdot k \cdot y \right)$	

Рис. 2. Ввод исходных данных в математическом пакете MathCAD для дальнейшего моделирования

Размерная математическая модель динамических процессов гидроусилителя с силовой обратной связью по положению включает в себя систему дифференциальных уравнений сил и расходов для двух рабочих щелей и уравнение обратной связи (1):

$$\begin{cases} m \frac{d^2 y}{dt^2} = p_1 F_1 - p_2 F_2 - k_v \frac{dy}{dt} \\ \frac{dp_1}{dt} = \frac{E}{V_1} (\mu b_2 x_{u1} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_n - p_1)} - F_1 \frac{dy}{dt}) \\ \frac{dp_2}{dt} = \frac{E}{V_2} (F_2 \frac{dy}{dt} - (\mu b_2 x_{u2} \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho} p_2})) \\ x_{u1} = x_{u2} = x - k_{oc} \cdot k \cdot y. \end{cases} \quad (1)$$

где m – масса поршня гидроцилиндра (исполнительного механизма); F_1 – площадь поршня левой полости гидроцилиндра; F_2 – площадь поршня гидроцилиндра в правой части гидроцилиндра; b_1, b_2, x_{u1}, x_{u2} – длина и ширина первой и второй щелей соответственно; μ – коэффициент расхода; k_{oc} – коэффициент обратной связи гидроусилителя; V_1, V_2 – начальные объемы левой и правой полостей гидроцилиндра; E – модуль объемной упругости рабочей жидкости;

p_1, p_2 – начальное давление в рабочих полостях гидроцилиндра; k – коэффициент жесткости пружины силовой обратной связи.

С учетом силовой обратной связи ширина щели может быть определена следующим образом:

если $k_{oc} \cdot k \cdot y \leq \frac{x_{max}}{2}$, тогда $x_{щ} = x - 0$;

если $k_{oc} \cdot k \cdot y > 0$, тогда $x_{щ} = x - k_{oc} \cdot k \cdot y$.

Далее, при решении системы (1) и введении исходных данных (рис. 2) были построены переходные процессы, приведенные ниже.

Установившееся значение перемещения поршня гидроцилиндра достигается за 0,15 с (рис. 3).

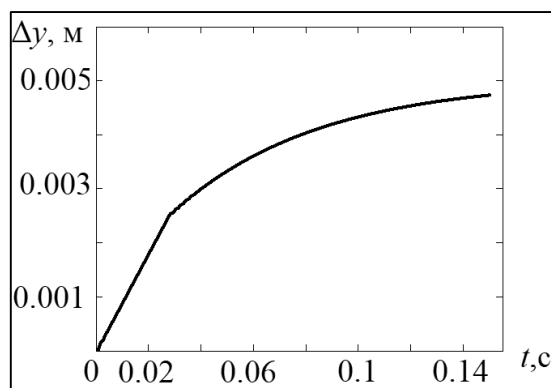


Рис. 3. Перемещение поршня гидроцилиндра

Время переходного процесса скорости движения гидроцилиндра составило 0,15 с (рис. 4). Максимальная скорость гидроцилиндра 0,15 м/с. Колебательный характер обусловлен коэффициентом обратной связи k_{oc} и коэффициентом жесткости пружины силовой обратной связи k , влияние которых в дальнейшем будет рассмотрено.

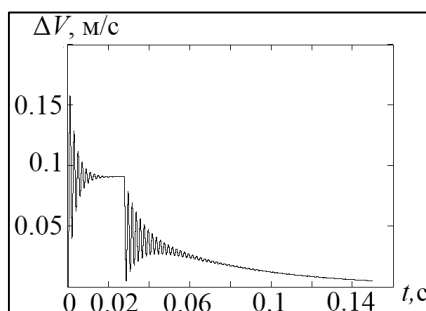


Рис. 4. Скорость движения гидроцилиндра

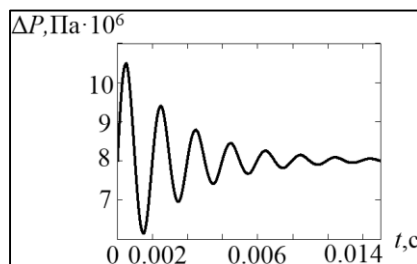


Рис. 5. Перепад давлений

Достижение установившегося режима перепада давлений в полостях гидроцилиндра достигается за 0,015 с (рис. 5). В основном, на качество вышеуказанного переходного процесса оказывает влияние модуль объемной упругости E , который будет рассмотрен далее.

Основная часть числовых значений делает трудоемким исследование и составление обобщенных характеристик объекта, в связи с этим фундаментальное исследование проводится с использованием безразмерных моделей.

Достоинствами безразмерных переменных является, во-первых, простота исследования, во-вторых, их решение сокращает время вычислительного процесса, в-третьих, повышается информативность результатов объекта исследования, что является очень важным.

Главный вопрос перехода к безразмерным переменным – это определение масштабов преобразования безразмерных переменных, в первую очередь, масштаб времени исследования.

В качестве преобразования масштаба времени, можно использовать все три характеристические постоянные времени: T_m, T_{gy}, T_v . Но, так как гидроусилитель обычно входит в состав некоторой системы, то в данном случае разумнее назначить неопределенный масштаб времени, например $T_0 = 1$ сек, которая для рассматриваемой системы является характерным временем. Все относительные времена в этом случае будут являться мерами быстродействия различных физических гидроусилителя [2].

Безразмерные значения переменных определяются достаточно просто, это отношения размерных величин и соответствующих выбранных масштабов:

$$\bar{t} = \frac{t}{T_0}; \bar{p} = \frac{p}{p_0}; \bar{y} = \frac{y}{y_m}. \quad (2)$$

После введения масштабов в размерную модель и несложных преобразований была получена система безразмерных уравнений (3), принятых к систематическому исследованию.

Подставляя масштабы преобразования, в данном случае масштабы времени, в систему (1) и, проведя ряд простейших преобразований, получаем систему уравнений в безразмерном виде:

$$\begin{cases} \bar{T}_m^2 \frac{d^2 \bar{y}}{dt^2} = (\bar{p}_1 - \bar{p}_2) \cdot \bar{R}_p - 2\zeta \bar{T}_m \frac{d\bar{y}}{dt} \\ \frac{d\bar{p}_1}{dt} = \frac{1}{T_{v1}} (\bar{x} - k_{oc} \cdot k \cdot \bar{y}) \cdot \sqrt{(1 - \bar{p}_1)} - \bar{T}_{gy} \frac{d\bar{y}}{dt} \\ \frac{d\bar{p}_2}{dt} = \frac{1}{T_{v2}} (\bar{T}_{gy} \frac{d\bar{y}}{dt} - (\bar{x} - k_{oc} \cdot k \cdot \bar{y}) \cdot \sqrt{\bar{p}_2}). \end{cases} \quad (3)$$

где $\bar{T}_{gy} = \frac{T_{gy}}{T_0}$, $T_{gy} = \frac{F}{Q/x_m}$ – гидравлическая постоянная времени; $\bar{T}_{v1} = \frac{T_{v1}}{T_0}$, $T_{v1} = \frac{V_1 p_n}{EQ_m}$,

$\bar{T}_{v2} = \frac{T_{v2}}{T_0}$, $T_{v2} = \frac{V_2 p_n}{EQ_m}$ – постоянная времени наполнения рабочей жидкостью полостей гидро-

цилиндра; $\bar{T}_m = \frac{T_m}{T_0}$, $T_m = \sqrt{\frac{m}{C_{gd}}}$ – механическая постоянная времени исследования; \bar{p}_1, \bar{p}_2 – от-

носительные давления в рабочих полостях гидроцилиндра (исполнительного механизма); ζ –

коэффициент затухания вязкого трения; $\bar{p}_n = \frac{p_n}{C_{gd} x_m}$ – относительное давление питания;

$C_{gd} = \frac{2EF^2}{V_0}$ – жесткость гидродинамической пружины обратной связи.

Проведя аналогию систем уравнений (1) и (3) несложно заметить существенное упрощение размерной модели объекта.

Важнейшее достоинство перехода к обобщенным значениям переменных исследования – это возможность построения обобщенных характеристик, которые будут наглядно демонстрировать точность, устойчивость и управляемость исследуемых объектов и систем. При упрощении размерных моделей к безразмерным следует внимательно проверять правильность и последовательность преобразований. Элементарная и качественная проверка преобразований заключается в установлении подобия размерных и безразмерных переходных процессов, построенных при одних исходных данных.

$$\begin{array}{l}
 y_- := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} T_{m_-} = 3.146 \times 10^{-4} \\ T_{v_-} = 1.245 \times 10^{-3} \\ T_{gp_-} = 0.016 \\ \zeta = 7.864 \times 10^{-4} \end{array} \\
 \text{koc2}(y_-) := \text{if} \left(\text{Koc} \cdot k \cdot y_- \leq \frac{x_-}{2}, 0, \text{Koc} \cdot k \cdot y_- \right) \\
 D_-(t_-, y_-) := \begin{bmatrix} y_{-1} \\ \frac{1}{T_{m_-}} \cdot [(y_{-2} - y_{-3}) \cdot R_{p_-} - 2 \cdot \zeta \cdot T_{m_-} \cdot y_{-1}] \\ \frac{1}{T_{v_-}} \cdot [(x_- - \text{koc2}(y_{-0})) \cdot \sqrt{|1 - y_{-2}|} \cdot \text{sign}(1 - y_{-2}) - T_{gp_-} \cdot y_{-1}] \\ \frac{1}{T_{v_-}} \cdot [T_{gp_-} \cdot y_{-1} - (x_- - \text{koc2}(y_{-0})) \cdot \sqrt{|y_{-3}|} \cdot \text{sign}(y_{-3})] \end{bmatrix}
 \end{array}$$

Рис. 6. Ввод расчетных данных в программе MathCAD

На рис. 7 наглядно приведен безразмерный переходный процесс перемещения поршня гидроцилиндра, рассчитанный при одних и тех же исходных данных, при коэффициенте затухания равном $\zeta = 7,8 \cdot 10^{-4}$, что обеспечивает аperiodический характер процесса.

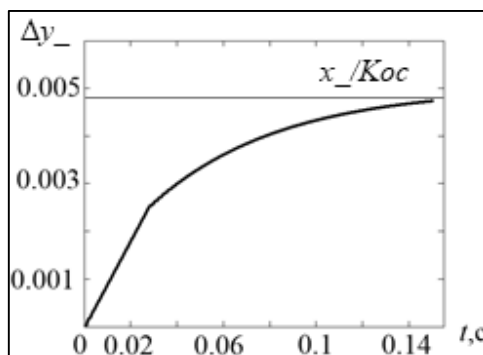


Рис. 7. Перемещение поршня гидроцилиндра при безразмерных переменных

Сравнивая размерный (рис.3) и безразмерный (рис. 7) переходные процессы перемещения гидроцилиндра несложно догадаться, что изменения на характеристиках отсутствуют. Но количество переменных существенно сократилось.

На рис. 8 приведен пример компьютерного численного моделирования, выполненного в пакете MathCAD. Показаны численные результаты определения границы устойчивости гидросилителя гидравлической постоянной времени T_{gy} и при различных коэффициентах обратной связи $k_{oc} = 0,4; k_{oc} = 0,7; k_{oc} = 1$.

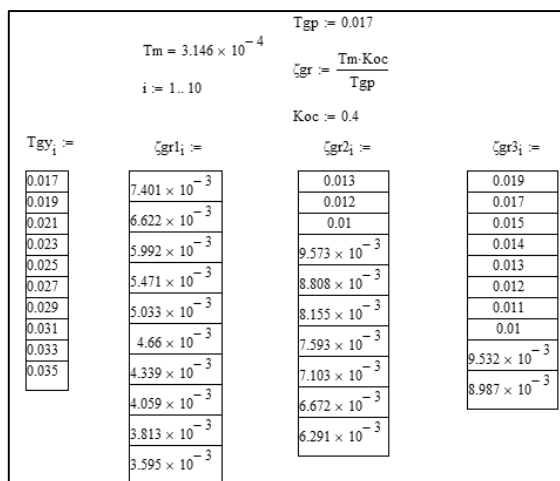


Рис. 8. Расчет граничных коэффициентов затухания в программе MathCAD

На рис. 9 показан один из результатов компьютерного моделирования (в пакете MathCAD) в виде зависимости граничного значения коэффициента ζ от T_{gy} .

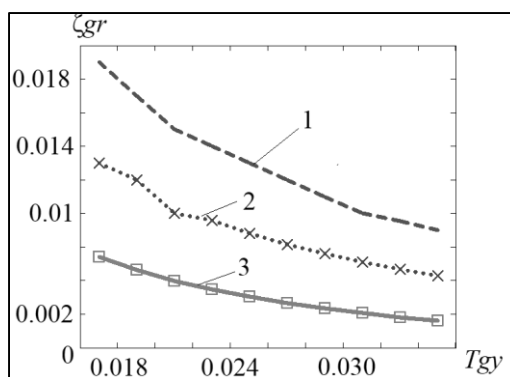


Рис. 9. Граница устойчивости гидроусилителя:
 1 – $k_{oc} = 1$; 2 – $k_{oc} = 0,7$; 3 – $k_{oc} = 0,4$

Далее приведены обобщенные характеристики, анализирующие введение различных нелинейностей.

Например, по результатам предварительного исследования была получена характеристика влияния коэффициента жесткости силовой обратной связи на скорость движения поршня гидроцилиндра. Характеристика представлена на рис. 10. По нижеприведенному переходному процессу наблюдаем, что время, когда гидроцилиндр движется с максимальной скоростью уменьшается с коэффициента жесткости пружины силовой обратной связи.

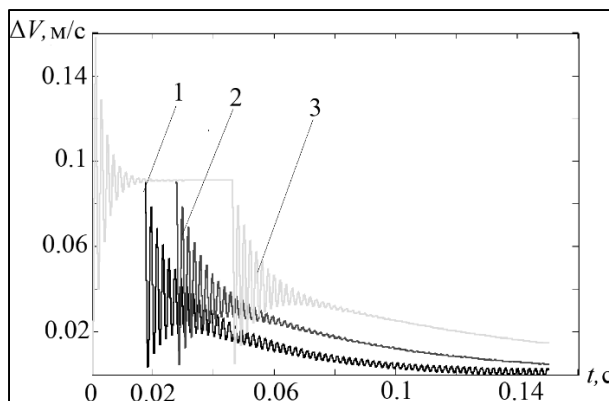


Рис. 10. Влияние коэффициента жесткости силовой обратной связи на скорость движения поршня гидроцилиндра:
 1 – при $k = 0,8$; 2 – при $k = 0,5$; 3 – при $k = 0,2$

Для представления более точной картины динамики гидроусилителя рассмотрим влияние модуля объемной упругости на перепад давлений в полостях гидроцилиндра (рис. 11).

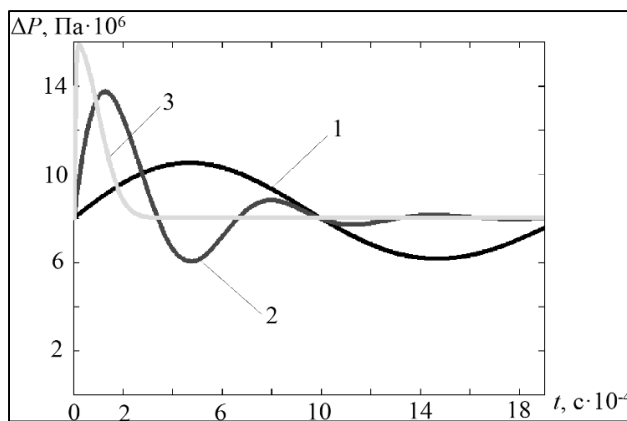


Рис. 11. Влияние модуля объемной упругости на перепад давлений:
 1 – $E = 2 \cdot 10^8 \text{ Па}$; 2 – $E = 2 \cdot 10^9 \text{ Па}$; 3 – $E = 2 \cdot 10^{10} \text{ Па}$

На рис. 12 показаны численные результаты определения устойчивости гидросилителя от коэффициента затухания ξ и от комплекса $\frac{T_m \cdot K_{oc}}{T_{gy}}$ при различных механических постоянных времени.

$T_m = 3.146 \times 10^{-4}$		$T_{gy} := 0.017$	
$T_{m1} := 2 \cdot 10^{-4}$		$K_{oc} := 0.5$	
$T_{m2} := 4 \cdot 10^{-4}$		$\zeta_{gr} := \frac{T_{m2} \cdot K_{oc}}{T_{gy}}$	
$i := 1..10$		$\zeta_{gr} = 0.012$	
$T_{gy_i} :=$	$\zeta_{gr0_i} :=$	$\zeta_{gr1_i} :=$	$\zeta_{gr2_i} :=$
0.017	9.252×10^{-3}	5.882×10^{-3}	0.012
0.019	8.278×10^{-3}	5.263×10^{-3}	0.011
0.021	7.489×10^{-3}	4.762×10^{-3}	9.524×10^{-3}
0.023	6.838×10^{-3}	4.348×10^{-3}	8.696×10^{-3}
0.025	6.291×10^{-3}	4×10^{-3}	8×10^{-3}
0.027	5.825×10^{-3}	3.704×10^{-3}	7.407×10^{-3}
0.029	5.423×10^{-3}	3.448×10^{-3}	6.897×10^{-3}
0.031	5.074×10^{-3}	3.226×10^{-3}	6.897×10^{-3}
0.033	4.766×10^{-3}	3.03×10^{-3}	6.452×10^{-3}
0.035	4.494×10^{-3}	2.857×10^{-3}	6.452×10^{-3}
			5.714×10^{-3}

Рис. 12. Результаты определения устойчивости от механических постоянных времени

На рис. 13 приведен переходный процесс устойчивости гидросилителя, построенный по вычислениям представленным на рис. 12.

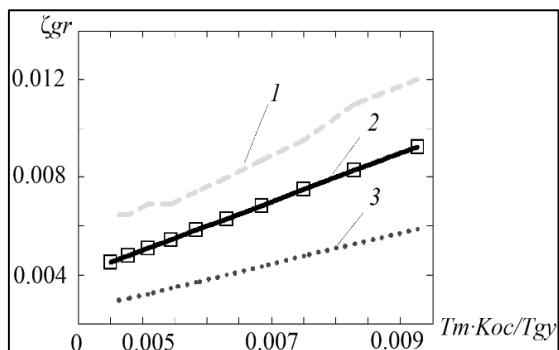


Рис. 13. Обобщенная граница устойчивости ГУ:
 1 – при $T_m = 4 \cdot 10^{-4}$; 2 – при $T_m = 3.146 \cdot 10^{-4}$; 3 – при $T_m = 2 \cdot 10^{-4}$

По рис. 13 можно судить о том, что наиболее качественный переходный процесс получается при расчетных данных, а именно при $T_m = 3.146 \cdot 10^{-4}$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной статье в результате использования численного моделирования был проведен предварительный расчет основных параметров гидроусилителя с силовой обратной связью по положению, были исследованы влияния основных параметров на качество переходных процессов: влияние коэффициента жесткости силовой обратной связи на скорость движения поршня гидроцилиндра, где при уменьшении данного параметра наблюдается резкое увеличение переходного процесса; влияние модуля объемной упругости на перепад давлений в полостях гидроцилиндра, где при увеличении данного параметра увеличивается амплитуда колебаний, но при этом уменьшается время переходного процесса. А также, было исследовано влияние коэффициента обратной связи в зависимости от гидравлической постоянной времени, и было установлено, что минимальный разброс значений наблюдается при наименьшем из представленных значений данного параметра.

В заключение хотелось бы отметить, что применение математических моделей в качестве замены фактических объектов позволит сократить время и объемы реальных экспериментов, а современный технический уровень позволяет выполнить это в полном объеме.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Петров П. В., Сунарчин Р. А., Целищев В. А. Технология вычислительного эксперимента // Вестник УГАТУ. 2008. Т. 10, № 1 (26). С. 30–35. [P. V. Petrov, R. A. Sunarchin, and V. A. Tselishev, "The method of computational experiment," (in Russian), Vestnik UGATU, vol. 10, no. 1 (26), pp. 30- 35, 2008.]
2. Петров П. В., Целищев В. А., Коева А. А. Обобщенный анализ динамических характеристик электрогидроусилителя // Вестник УГАТУ. 2014. Т. 18, № 3 (64). С. 40–47. [P. V. Petrov, V. A. Tselishev, and A. A. Koeva, "The general-ised analysis of electro-hydraulic booster dynamic characteristics" (in Russian), in Vestnik UGATU, vol. 18, no. 3 (64), pp. 40-47, 2014.]
3. Петров П. В., Чернов Д. Д. Необходимость исследования нелинейных гидромеханических систем в обобщенных параметрах // Справочник. Инженерный журнал с приложением. Издательский дом "Спектр" (Москва). 2019. №4 (265). С. 28-33. [P.V. Petrov , D.D. Chernov, " NECESSITY OF RESEARCH OF NONLINEAR HYDRO-MECHANICAL SYSTEMS IN GENERALIZED PARAMETERS" (in Russian), Directory. Engineering Journal with Application". 2019. №4 (265). pp. 28-33.]
4. Петров П. В., Целищев В. А. Основы алгоритмического моделирования нелинейных гидромеханических устройств: учеб. пособие. Уфа: УГАТУ, 2012. 137 с. [P. V. Petrov, V. A. Tselishev, *Bases of nonlinear hydromechanical devices algorithmic modeling*, (in Russian). Ufa: Ufa state aviation technical university, 2005.]

ОБ АВТОРАХ

КАМАЛОВ Денис Рафисович, магистр. каф. ПГМ.

ПЕТРОВ Павел Валерьевич, доц каф. прикладной гидромеханики. М-р техн. и технол. по гидравл., вакуумн. и компрес. технике (УГАТУ, 2006). Канд. техн. наук по гидравл. машинам и гидропневмоагрег. (УГАТУ, 2009). Иссл. в обл. гидромех. систем автоматизации ЛА и двиг. установок.

METADATA

Title: Modeling of dynamic characteristics power-feed hydraulic amplifier position.

Authors: D. R. Kamalov ¹, P. V. Petrov ²

Affiliation: Ufa State Aviation Technical University (UGATU), Russia.

Email: ¹ denis_1997.1997@mail.ru, ² pgl.petrov@mail.ru

Language: Russian.

Source: Molodezhnyj Vestnik UGATU (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University), no. 2 (25), pp. 45-52, 2021. ISSN 2225-9309 (Print).

Abstract: This article discusses the issues of numerical modeling of the dynamic characteristics of a power steering with position feedback by solving the basic differential equations of this technical device using the MathCAD mathematical package. The task is to replace the original object with a mathematical model with further study on a computer. The influence of dimensionless relative time constants on the quality of transients is investigated.

Key words: mathematical model, program, computer simulation, hydraulic booster, dynamic characteristics, MathCAD, differential equations, power feedback, generalized characteristics.

About authors:

KAMALOV, Denis Rafisovich, student is magistracy 1 year, Ufa state aviation technical University

PETROV, Pavel Valerievich, Assoc. Prof., Dept. of Applied hydromechanics. Master of Technics & Technology (UGATU, 2006). Cand. of Tech. Sci. (USATU, 2009).