

УДК 621.865.8

DOI: 10.33184/bulletin-bsu-2024.1.3

## РАЗРАБОТКА КОМПЬЮТЕРНОЙ МОДЕЛИ ПОДВИЖНОГО ЭЛЕМЕНТА МАНИПУЛЯТОРА

© И. Ш. Насибуллаев<sup>1\*</sup>, О. В. Даринцев<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт механики им. Р. Р. Мавлютова, УФИЦ РАН  
Россия, Республика Башкортостан, 450054 г. Уфа, пр. Октября, 71.

<sup>2</sup>Уфимский университет науки и технологий  
Россия, Республика Башкортостан, 450076 г. Уфа, ул. Заки Валиди, 32.

\*Email: sp.ishn@gmail.com

*В работе приведена методика моделирования манипулятора, состоящего из двух элементов со сферической рабочей поверхностью: неподвижно зафиксированного элемента и находящегося в точечном контакте с ним подвижного элемента. Элементы содержат четыре сквозных отверстия, симметричных относительно центра, через которые проходят стержни, закрепленные на нижней поверхности подвижного элемента. Качение подвижного элемента осуществляется за счет вертикального перемещения стержней. Получены траектории перемещения подвижного элемента, а также напряженно-деформированные состояния элементов и стержней. Предложенная модель позволяет моделировать напряженно-деформированное состояние рассматриваемого типа манипулятора в зависимости от геометрии составных частей манипулятора, материалов элементов и стержней, внешних воздействий и ориентации элементов (учет влияния гравитации). Базовая модель может быть использована для построения модели многоэлементного манипулятора.*

**Ключевые слова:** непрерывный манипулятор, метод конечных элементов, напряженно-деформированное состояние, механика контактного взаимодействия, CalculiX.

### Введение

Манипуляционные роботы являются основным инструментом для гибкой автоматизации технологических процессов во многих отраслях промышленности. Помимо классических схем манипуляторов [1] активно разрабатываются и нетрадиционные типы (гибкие [2], непрерывные [3]). В работе [4] представлена кинематическая и динамическая модель непрерывного манипулятора, состоящего из пневматических мускульных приводов с большим рабочим пространством. В [5] приводится кинематическая и динамическая модели тросового непрерывного манипулятора, а также проводится сверка моделей с результатами статических и динамических экспериментов. В работе [6] представлены модели гибких механизмов, прототипом которых послужили известные биологические организмы, в среде MATLAB методом конечных элементов (МКЭ) [7] с учетом контактных взаимодействий [8]. Отметим, что МКЭ позволяет изучить не только движение и изменение формы объекта, но и определить динамическое изменение напряженно-деформированного состояния. По известным полям напряжений и деформаций можно определить пределы применимости модели (например, напряжения, превышающие предел текучести, могут привести к разрушению объекта), рассчитать оптимальные рабочие режимы используемых приводов, синтезировать корректную систему управления технического устройства.

В настоящей работе приведена методика компьютерного моделирования одного подвижного элемента манипулятора, предложенного в работе [9]. В отличие от кинематической модели [10] показано решение контактной задачи с расчетом напряженно-деформированного состояния.

### Постановка задачи и геометрия

Рассматривается модель манипулятора (рис. 1), состоящего из двух элементов радиусом  $R_e = 25$  мм со сферической рабочей поверхностью (высота сферической поверхности  $H_s = 5$  мм, высота боковой поверхности  $H_e = 10$  мм), где первый базовый элемент – неподвижно зафиксированный на границе  $\Gamma_f$  (компоненты вектора перемещения  $s_x = 0$ ,  $s_y = 0$ ,  $s_z = 0$ ) элемент (НЭ), а второй – находящийся в точечном контакте с ним подвижный элемент (ПЭ). Элементы содержат четыре сквозных отверстия (радиус опорной окружности  $R_p = 20$  мм), симметричных относительно центра, через которые проходят стержни  $\Gamma_{im}$ ,  $i = (1..4)$  высотой  $H_w = 100$  мм и радиусом  $R_w = 0.5$  мм, закрепленные на нижней поверхности ПЭ  $\Gamma_{id}$ . Области возможного контакта между НЭ и ПЭ обозначены  $\Gamma_b$  и  $\Gamma_e$  и имеют радиус  $R_c = 15$  мм относительно центра. К верхнему сечению  $i$ -го стержня  $\Gamma_{iu}$  прилагается вертикальное перемещение  $s_{iz}$  (граничные условия Дирихле). Возможен контакт между боковыми поверхностями стержней  $\Gamma_{im}$  и внутренней поверхностью отверстий  $\Gamma_{ih}$ . Нижние части стержней присоединены к втулкам  $\Gamma_{id}$ , которые обеспечивают неразрывный контакт с внутренней поверхностью отверстий на ПЭ.

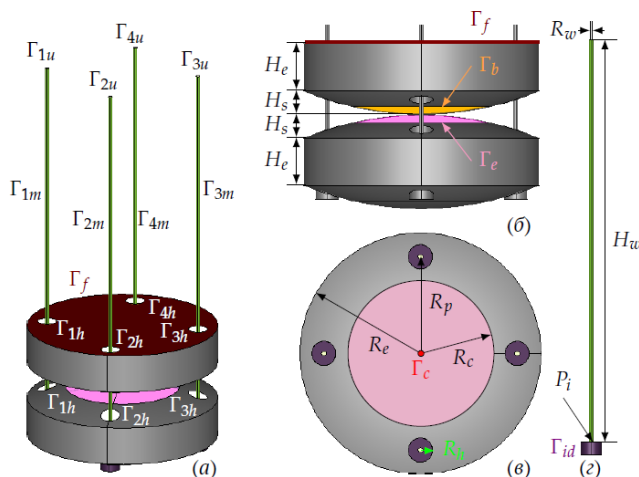


Рис. 1. Геометрия системы: (а) трехмерная модель; (б) вид сбоку на контактные области элементов; (в) вид сверху на подвижный элемент; (г) стержень.

**Компьютерная модель**

Геометрия модели строилась в программе Salome-Meca [11] с помощью Python-скрипта. Из-за особенностей работы программы при построении геометрии между НЭ и ПЭ создавался зазор шириной 1 нм для того, чтобы предотвратить объединения элементов при генерации расчетной сетки (при моделировании зазор убирался заданием граничных условий Дирихле – перемещением ПЭ к НЭ на величину зазора). Расчетная сетка строилась с использованием встроенного в Salome-Meca генератора NetGen (рис. 2). Для НЭ и ПЭ использовались линейные элементы C3D4 (111 478 конечных элементов, КЭ) с неравномерной плотностью сетки: максимальный/минимальный элемент имел размер 5/2 мм; на внутренней поверхности отверстий размер элемента составлял 1 мм; в области возможного контакта – 0.5 мм.

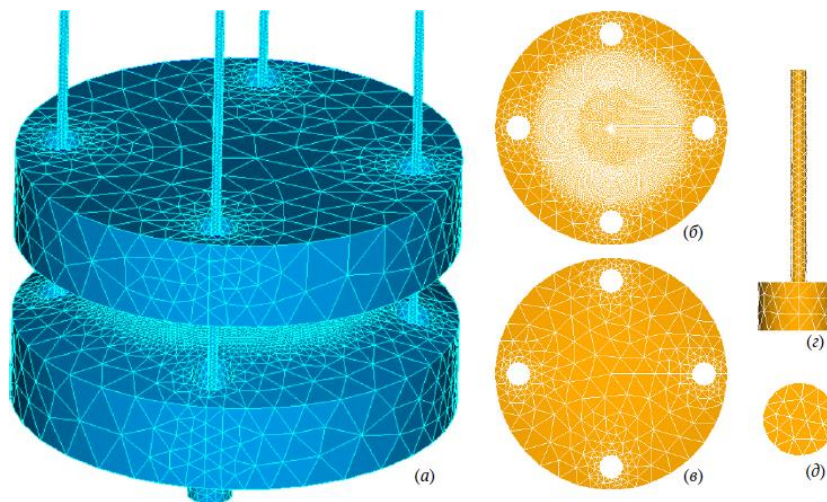


Рис. 2. Расчетная сетка: (а) трехмерная сетка; (б) вид сверху на подвижный элемент; (в) вид снизу на подвижный элемент; (г) вид сбоку на стержень; (д) вид снизу на стержень.

Поскольку НЭ и ПЭ имеют точечный контакт, было проведено успешное тестирование контактной задачи Герца (сжатие и разведение элементов). При решении задачи качения в программе Calculix [12], была обнаружена проблема с моделированием поведения системы в центральной точке контакта: в результате появления сосредоточенной силы (рис. 3а) возникали большие деформации, которые в процессе качения приводили к склеиванию узлов первоначального контакта (рис. 3б).

Для решения этой проблемы вершины контактных поверхностей в НЭ и ПЭ отсекались горизонтальной плоскостью на глубине 10 нм, т.е. создавалась плоская область первоначального контакта (рис. 3в, г) размером ~ 0.15 мм, что предотвращало появление сосредоточенной силы (рис. 3д). Изменения в геометрии контакта, вызванного деформацией при качении, незначительны, поскольку размер реального контакта (рассчитанного из контактной задачи с упругими деформациями) значительно больше (0.5 мм >> 10 нм). Следует также учитывать, что измененная геометрия влияет на процессы деформации только в начальный момент качения.

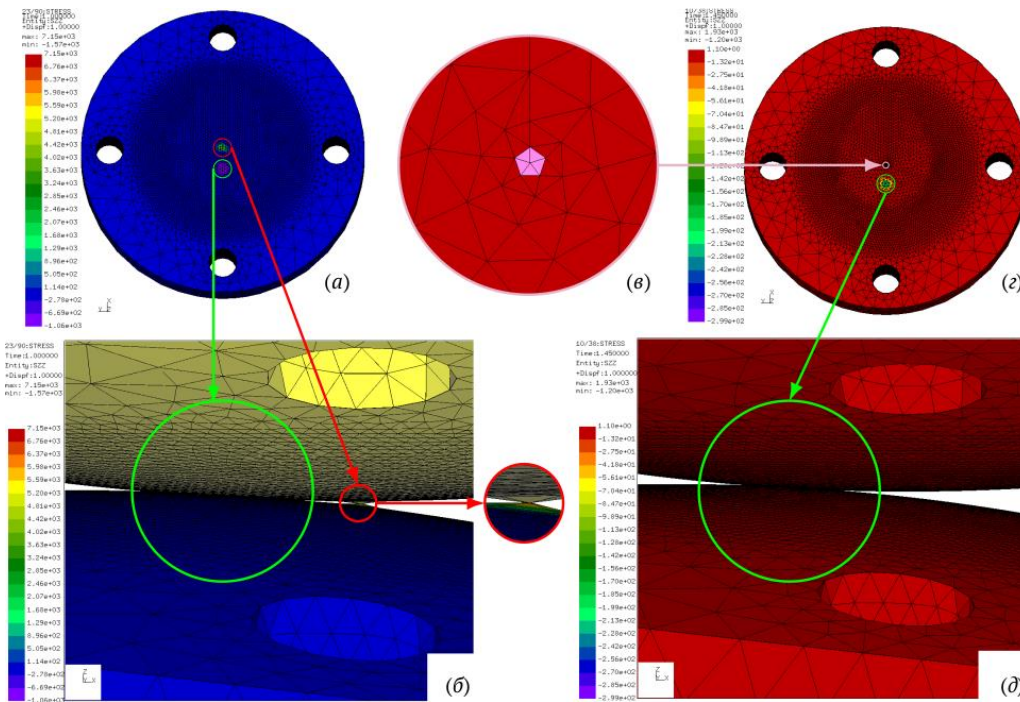


Рис. 3. Схема решения проблемы концентрированной силы: (а, б) залипание конечных элементов при качении; (в, г) область замены центрального узла гранью; (г, д) качение без залипания.

Поскольку наибольшие деформации в моделируемой системе происходят в стержнях, то для них строилась равномерная расчетная сетка из конечных элементов второго порядка C3D10 (21605 КЭ) с максимальным/минимальным размером  $2/0.5$  мм и дополнительными размерными условиями: если на боковой поверхности втулки размер элементов совпадал с размерами элементов на внутренней поверхности отверстий – 1 мм, то на верхней границе стержней  $\Gamma_{iu}$  сетка была плотнее – 0.25 мм, для более точного определения граничных условий.

Построенная в Salome-Mesa сетка сохранялась в специализированном виде Universal File Format (UNV) и затем конвертировалась в формат CalculiX (INP) с помощью утилиты unv2cscx.

Использовались три типа контактных взаимодействий: неразрывный контакт между боковой поверхностью втулки (зависимая подстраиваемая поверхность, ЗП) и поверхностью отверстия (независимая базовая поверхность, БП); контакт поверхность-поверхность с трением и линейной зависимостью давления от величины проникновения между поверхностью  $\Gamma_b$  НЭ (БП) и  $\Gamma_e$  ПП (ЗП); контакт узел-поверхность с трением и линейной зависимостью давления от величины проникновения между стержнем  $\Gamma_{im}$  (ЗП) и поверхностью отверстия  $\Gamma_{ih}$  (БП).

Контактная задача решается методом штрафов, в котором задается постоянная пружины  $K = 50E_e$ , натяжение  $\sigma_\infty = 2.5 \cdot 10^{-3} \sigma_m$  и величина проникновения одного тела в другое  $c_0 = 10^{-3}$ . Величина  $\sigma_\infty$  – натяжение, возникающее при  $d \rightarrow \infty$  и зависящее от максимального напряжения  $\sigma_m$  (в рассматриваемой задаче для удобства выбрано  $\sigma_m = \max(\sigma_{zz})$ ).

При проникновении ЗП КЭ внутрь БП КЭ на величину  $d \geq 0$  генерируются линейные контактные элементы (ЛКЭ) создающие отталкивающее давление [12]  $p = Kd[0.5 + \arctan(d/\epsilon)/\pi]$ , где  $\epsilon \sim 10^{-3}$  – малая величина, введенная для создания небольшого давления при положительном зазоре между контактирующими поверхностями. Если расстояние между поверхностями больше  $c_0$ , то ЛКЭ не создаются.

Численное моделирование проводилось в свободной программе *CalculiX CrunchiX* v. 2.19 [12], в которой решалась статическая задача определения напряженно-деформированного состояния по заданным граничным условиям. Поскольку модель содержит контактные взаимодействия, то задача является нелинейной, поэтому она решалась итерационным методом Ньютона относительно величины приращения деформации. Результаты моделирования обрабатывались и визуализировались с помощью командных файлов в формате *CalculiX GraphiX* v. 2.19 [13], разработанных авторами программ на C++ и скриптов *Gnuplot*.

### Результаты

В рамках тестирования модели был проведен расчет деформации стержней под действием силы тяжести. Суммарный объем конечных элементов, соответствующих подвижному элементу, определялся как  $V_e \approx 2.85 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3$ , следовательно его масса равна  $M_e = \rho_e V_e \approx 76.7$  г. Вес подвижного элемента распределяется между четырьмя удерживающими его стержнями

$$P_w = M_e g / (4S_w) = 0.239 \text{ Н / мм}^2, \tag{1}$$

где  $g$  – ускорение свободного падения,  $S_w = \pi R_w^2$  – площадь поперечного сечения стержня.

Удлинение проводов определяется по формуле

$$\Delta H_w = P_w H_w / E_w \approx 1.20 \cdot 10^{-4} \text{ мм}, \tag{2}$$

где  $E_w = 2 \cdot 10^5 \text{ Н / мм}^2$  – модуль Юнга стержня.

Результаты численного моделирования на границе  $\Gamma_{iu}$  показали среднее значение компоненты тензора напряжений  $\sigma_{zz} \approx 0.242 \text{ Н/мм}^2$  и среднее относительное удлинение  $\Delta z \approx 1.24 \cdot 10^{-4} \text{ мм}$ , что составляет погрешность в 1.2 % и 3.3 % относительно аналитических оценок  $P_w$  (1) и  $\Delta H_w$  (2) соответственно.

Для создания контакта между элементами в начальный момент времени необходимо создать равномерное натяжение всех стержней, достаточное для компенсации силы тяжести. При моделировании задавалась начальное натяжение стержней на величину  $1.1 \cdot \Delta z$  (компенсация силы тяжести и дополнительное прижимное усилие для предотвращения скольжения элементов относительно друг друга за счет действия силы трения).

Рассмотрим качение ПЭ при перемещении одного стержня в вертикальном направлении  $z(\Gamma_{iu}) = \delta z$ . Начало декартовой системы координат поместим в точку первоначального контакта  $O$ . На расстоянии  $R$  вдоль оси  $Oz$  располагается центр  $O'$  сферы, определяющей контактную поверхность НЭ (рис. 4), где радиус кривизны поверхности можно определить из геометрии по высоте сферической поверхности  $H_s$  и радиусу элементов  $R_e$  следующим образом:  $R = (R_e^2 + H_s^2) / (2H_s) = 65 \text{ мм}$ .

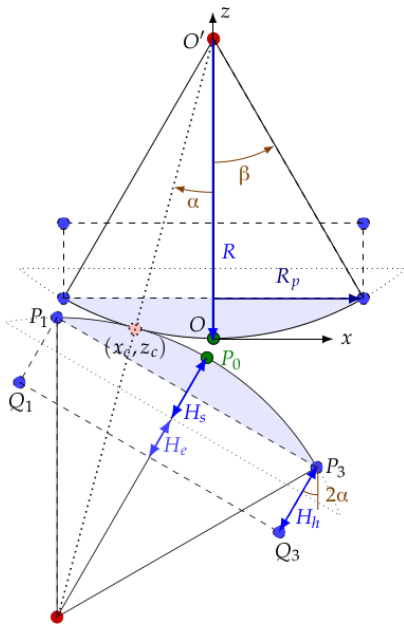


Рис. 4. Схема качения МЕ относительно ФЕ.

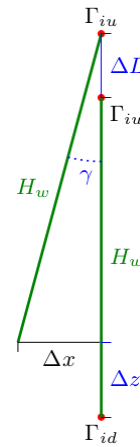


Рис. 5. Перемещение стержня при качении.

При качении возможно аналитически определить положение точки контакта  $(x_c, z_c)$  между НЭ и ПЭ и положение нижней точки крепления стержней к втулке  $Q_i$ . Положение точки контакта при качении на угол  $\alpha$  (отсчитывается против часовой стрелки относительно оси  $Oz$ ) определяется из уравнения окружности:  $x_c = -R \sin \alpha$ ,  $z_c = R (1 - \cos \alpha)$ .

Положение отверстий  $P_i = (x_i, z_i)$  определяется конструкторским углом  $\beta = \arcsin(R_p/R)$ . Расстояние  $H_h = |P_i Q_i|$  от верхней части отверстия  $P_i$  до точки крепления стержня к втулке  $Q_i$  равно  $H_h = H_s + H_e - R(1 - \cos \beta)$ .

Перемещение точки  $P_0$ , соответствующей первоначальной точке контакта, определяется параметрическим уравнением кардиоиды [14]:

$$x_0 = -2R(1 - \cos \alpha) \sin \alpha, z_0 = -2R(1 - \cos \alpha) \cos \alpha.$$

Положение точек  $Q_2$  и  $Q_4$  определяется относительно  $P_0$  смещением вглубь подвижного элемента на величину  $H_s + H_e$ :

$$x_2 = x_4 = x_0 - (H_s + H_e) \sin 2\alpha, z_2 = z_4 = z_0 - (H_s + H_e) \cos 2\alpha. \tag{3}$$

Положение точек  $Q_1$  и  $Q_3$  определяется дополнительным сдвигом на величину  $R_p$ :

$$\begin{aligned} x_1 &= x_0 - (H_s + H_e) \sin 2\alpha + R_p \cos 2\alpha, z_1 = z_0 - (H_s + H_e) \cos 2\alpha - R_p \sin 2\alpha; \\ x_3 &= x_0 - (H_s + H_e) \sin 2\alpha - R_p \cos 2\alpha, z_3 = z_0 - (H_s + H_e) \cos 2\alpha - R_p \sin 2\alpha; \end{aligned} \tag{4}$$

При задании граничных условий Дирихле на верхнем конце стержня необходимо учитывать, что нижний конец стержня перемещается как в вертикальном направлении, так и в горизонтальной плоскости (рис. 5). Величина вертикального перемещения  $\Delta z_i$  грани  $\Gamma_{ii}$ , пренебрегая изгибом стержня, определяется из геометрии по формулам

$$\Delta z_i = z_i + H_w(1 - \cos \gamma) \operatorname{sgn}(x_i - x_c), \gamma = \arcsin(x_i/H_w).$$

На рис. 6 показаны траектории перемещения точек крепления стержней при качении, полученные аналитически (А) и численно (Ч). Видно, что результаты численного моделирования отличаются от аналитической траектории из-за учета изгиба стержней. Отличия не превышают 5%. В планируемых далее работах будет рассмотрена другая модель материалов, что позволит заменить стержни тросами (тросы более гибкие при поперечном изгибе, чем стержни).

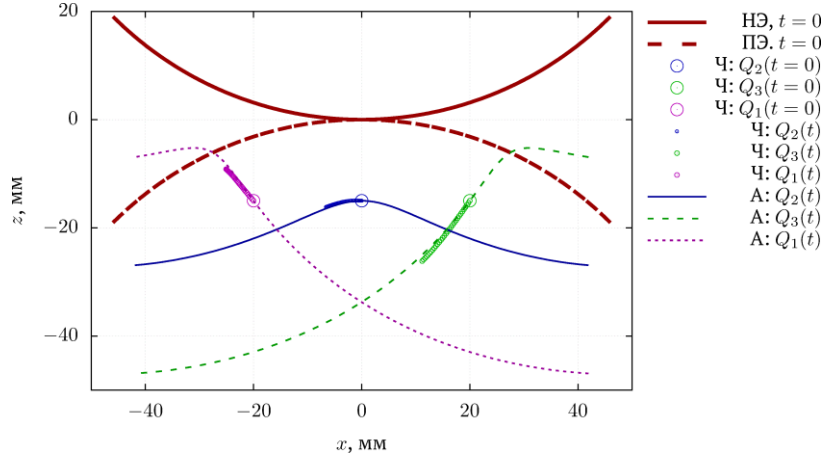


Рис.6. Траектории перемещения точек крепления стержней, полученных по аналитическим формулам (3) и (4) (А) и по результатам численного моделирования (Ч) в начальный момент времени  $\alpha = 0$  и при качении на угол  $\alpha$ . Жирными линиями обозначены поверхности элементов в начальный момент времени.

На рис. 7 показаны численные результаты моделирования напряженно-деформированного состояния элементов манипулятора при качении. Рис. 7а – деформации стержней под действием силы тяжести; рис. 7б – деформации при предварительном натяжении стержней; рис. 7в, г – перемещение при качении; рис. 7д – области контакта элементов и верхнего элемента со стержнем (отображение неподвижного элемента выключено).

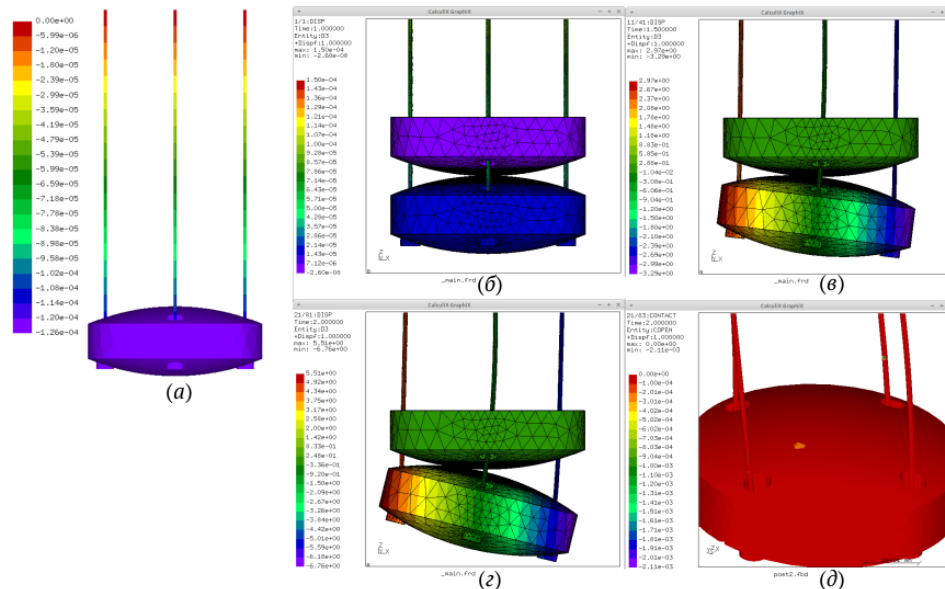


Рис. 7. Деформации в поле тяжести (а) и при предварительном натяжении стержней (б); перемещения при качении (в) и (г); области контакта (д).

Главным результатом работы является то, что в рамках построенной модели программа *CalculiX CrunchiX* адекватно моделирует напряженно-деформированное состояние с множеством контактирующих поверхностей и может быть использована для построения модели многоэлементного звена манипулятора.

### Заключение

В работе приведена методика моделирования манипулятора, состоящего из двух элементов со сферической рабочей поверхностью: неподвижно зафиксированного базового элемента и находящегося в точечном контакте с ним подвижного элемента. Элементы содержат четыре, сквозных отверстия, симметричных относительно центра, через которые проходят тросы, закрепленные на нижней поверхности подвижного элемента. Компьютерная модель манипулятора строилась в *Salome-Meca*, а расчет напряженно-деформированного состояния с учетом контактов между элементами и тросами производился в *CalculiX*. Предложенная модель позволяет моделировать напряженно-деформированное состояние рассматриваемого типа манипулятора в зависимости от геометрии составных частей манипулятора, материалов элементов и тросов, внешних воздействий и ориентации элементов (учет влияния гравитации). Базовая модель может быть использована для построения модели многоэлементного манипулятора.

*Работа была выполнена в рамках государственного задания fmr-s-2023-0016 (123020700078-8).*

### ЛИТЕРАТУРА

1. Ceccarelli M. Fundamentals of Mechanics of Robotic Manipulation // Mechanisms and Machine Science. 2022. Vol. 112. Springer Cham.
2. Bezha K., Ito K. Soft manipulator inspired by octopi: object grasping in all anatomical planes using a tendon-driven continuum arm // Artif Life Robotics. 2023. Vol. 28. P. 96–105.
3. Webster R. J., Jones B. A. Design and Kinematic Modeling of Constant Curvature Continuum Robots: A Review // The International Journal of Robotics Research. 2010. Vol. 29. No. 13. P. 1661–1683.
4. Sofla M. S., Sadigh M. J., Zareinejad M. Design and dynamic modeling of a continuum and compliant manipulator with large workspace // Mechanism and Machine Theory. 2021. Vol. 164. Art. 104413.
5. Yang J., Peng H., Zhou W. et al. A modular approach for dynamic modeling of multisegment continuum robots // Mechanism and Machine Theory. 2021. Vol. 165. Art. 104429.
6. Sun Y., Zhang D., Liu Y., Lueth T. C. FEM-Based Mechanics Modeling of Bio-Inspired Compliant Mechanisms for Medical Applications // IEEE Transactions on Medical Robotics and Bionics. 2020. Vol. 2. No. 3. P. 364–373.
7. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975.
8. Попов В. Л. Механика контактного взаимодействия и физика трения. М: Физматлит, 2012. 348 с.
9. Богданов Д. Р., Даринцев О. В. Кинематика манипулятора с управляемым изгибом на базе твердых элементов со сферической поверхностью // Мехатроника, автоматизация, управление. 2015. Т. 16. №10. С. 671–678.
10. Bogdanov D. Continuum Manipulator Motion Model Taking into Account Specifics of its Design. Smart Innovation, Systems and Technologies. 2021. Vol. 187. P. 305–316.
11. SALOME homepage. URL: <https://www.salome-platform.org>
12. Dhondt G. CrunchiX: User's Manual, version 2.19. 2021. URL: [http://www.dhondt.de/ccx\\_2.19.pdf](http://www.dhondt.de/ccx_2.19.pdf)
13. Wittig K. CalculiX User's Manual. CalculiX GraphiX, version 2.19. 2021. URL: [http://www.dhondt.de/cgx\\_2.19.pdf](http://www.dhondt.de/cgx_2.19.pdf)
14. Yates R. C. Cardioid. A Handbook on Curves and Their Properties. Ann Arbor. MI: J. W. Edwards. 1952.

*Поступила в редакцию 11.03.2024 г.*

DOI: 10.33184/bulletin-bsu-2024.1.3

**DEVELOPMENT OF A COMPUTER MODEL OF THE MOVING ELEMENT OF THE MANIPULATOR**© I. Sh. Nasibullayev<sup>1\*</sup>, Oleg V. Darintsev<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>*Mavlyutov Institute of Mechanics, Ufa Federal Research Center of RAS  
71 Oktyabrya Ave., 450054 Ufa, Republic of Bashkortostan, Russia.*

<sup>2</sup>*Ufa University of Science and Technology  
32 Zaki Validi St., 450076 Ufa, Republic of Bashkortostan, Russia.*

*\*Email: sp.ishn@gmail.com*

The paper presents a method for modeling a manipulator consisting of two elements with a spherical working surface – a fixed element and a movable element in point contact with it. The elements contain four symmetrical, relative to the center, through holes through which rods pass, attached to the lower surface of the movable element. The rolling of the movable element was carried out due to the vertical movement of the rods. The trajectories of movement of the movable element, as well as the stress-strain states of the elements and rods, were obtained. The proposed model makes it possible to simulate the stress-strain state of the type of manipulator under consideration depending on the geometry of the components of the manipulator, the materials of the elements and rods, external influences and the orientation of the elements (taking into account the influence of gravity). The basic model can be used to build a model of a multi-element manipulator.

**Keywords:** continuous manipulator, finite element method, stress-strain state, mechanics of contact interaction, CalculiX.

*Received 11.03.2024.*