

УДК 532.546:536.421

DOI: 10.33184/bulletin-bsu-2024.4.3

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ВОЛН ДАВЛЕНИЯ В ЖИДКОСТЯХ С ПОЛУСФЕРИЧЕСКОЙ ПУЗЫРЬКОВОЙ ЗОНОЙ

© У. О. Агишева<sup>1,2</sup>, М. Н. Галимзянов<sup>1,2\*</sup>, Р. У. Юсупова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Уфимский университет науки и технологий  
Россия, Республика Башкортостан, 450076 г. Уфа, ул. Заки Валиди, 32.

<sup>2</sup>Институт механики им. Р. Р. Мавлютова, УФИЦ РАН  
Россия, Республика Башкортостан, 450054 г. Уфа, пр. Октября, 71.

\*Email: monk@anrb.ru

В данной работе изучены двумерные осесимметричные волновые возмущения в канале с водой, содержащем торцевой полусферический пузырьковый кластер, заполненный водовоздушной пузырьковой смесью. По результатам численного моделирования проанализирована зависимость максимальной амплитуды давления, формирующейся в канале, от геометрических параметров кластера и канала, а также от амплитуды первоначального воздействия. Установлено, что в случае полусферического кластера с радиусом 60% и более от радиуса канала, усиления волны давления не происходит для рассмотренных начальных объемных содержаний. В случае радиуса кластера менее 60% от радиуса канала, для рассмотренных начальных содержаний пузырьков, существует диапазон значений объемного газосодержания, при котором возможно существенное увеличение амплитуды волны в результате ее взаимодействия с пузырьковой областью.

**Ключевые слова:** водо-воздушная пузырьковая среда, пузырьки, волна давления, пузырьковая завеса, пузырьковая область, фокусировка.

### Введение

Наличие небольшого количества газа в жидкости в виде пузырьков приводит к значительным изменениям ее акустических свойств [1–6]. В частности, наблюдается аномальное увеличение сжимаемости среды при сохранении высокой плотности, близкой к плотности самой жидкости. Это, в свою очередь, вызывает снижение равновесной скорости звука. Интересной особенностью пузырьковой жидкости в динамических процессах является проявление инерции жидкости при изменении объема смеси из-за сжатия или расширения пузырьков. Аномальная сжимаемость пузырьковой жидкости позволяет создавать пузырьковые завесы для защиты подводной фауны или различных конструкций от воздействия волн [7]. Кроме того, известно, что пузырьковая зона конечных размеров, находящаяся в объеме жидкости, может многократно усиливать амплитуду начальной волны, воздействующей на границу жидкости [8–11]. Влияние такой пузырьковой зоны, расположенной рядом с твердой стенкой, на взаимодействие колоколообразного волнового импульса со стенкой было рассмотрено в [8]. В результате исследования подчеркивается, что в зависимости от длительности импульса и характеристик пузырьковой зоны могут проявляться различные качественные особенности воздействия волны на стенку, частично покрытую пузырьковым экраном. Работа [12] посвящена изучению воздействия волны типа «ступенька» на участок стенки, покрытый пузырьковой зоной конечных размеров. В ней установлено, что пузырьковая зона увеличивает амплитуду воздействия волны типа «ступенька» на стенку. Также отмечается наличие оптимального размера пузырьковой зоны, расположенной около стенки канала, при котором достигается максимальное увеличение амплитуды давления на стенке. Многочисленные более ранние публикации можно найти в обзорах [13–14].

Данная работа посвящена численному анализу динамики ударных волн давления типа «ступенька» в цилиндрическом канале с водой, содержащем полусферический пузырьковый кластер на торце (рис. 1). Исследуется зависимость максимальной амплитуды давления, формирующейся в канале от геометрических параметров кластера и от начального объемного содержания пузырьков.

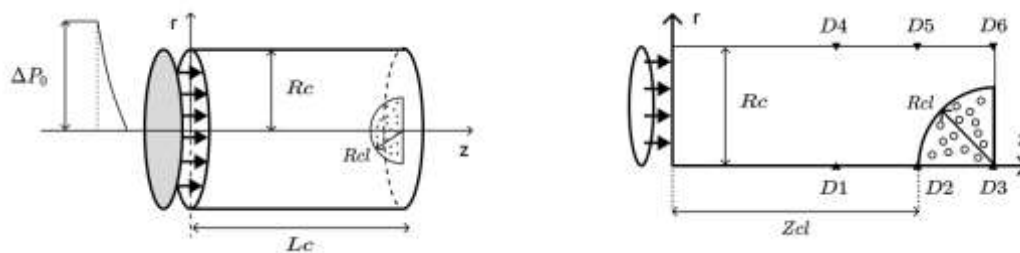


Рис. 1. Схема задачи.  $L_c$ ,  $R_c$  – длина и радиус канала,  $R_{cl}$  – радиус кластера,  $D_1$ – $D_6$  – датчики.

### Постановка задачи

Рассмотрим заполненный водой канал, на торце которого установлен полусферический пузырьковый кластер (рис. 1). Волновое движения в канале инициируется мгновенным повышением давления на границе  $z = 0$  на некоторое амплитудное значение  $\Delta p_0$  и поддерживается все время расчета. Картина течения изучается в двумерном осесимметричном приближении. Анализируется динамика волнового процесса в канале при  $t > 0$ .

Для описания волнового движения, принимая во внимание общие допущения для пузырьковых жидкостей, запишем систему макроскопических уравнений масс, числа пузырьков, импульсов и давления в пузырьках в приближении цилиндрической симметрии [1]:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_i}{dt} + \rho_i \frac{v_r}{r} + \rho_i \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) &= 0, (i = l, g) \\ \frac{dn}{dt} + n \frac{v_r}{r} + n \left( \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) &= 0 \\ \rho_l^0 \frac{dv_r}{dt} + \frac{\partial p_l}{\partial r} = 0, \quad \rho_l^0 \frac{dv_z}{dt} + \frac{\partial p_l}{\partial z} = 0, \quad \frac{dp_g}{dt} &= -\frac{3\gamma p_g}{a} w - \frac{3(\gamma-1)q}{a} \\ w = \frac{da}{dt}, \quad \left( \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_r \frac{\partial}{\partial r} + v_z \frac{\partial}{\partial z} \right) & \\ \alpha_l + \alpha_g = 1, \quad \alpha_g = 4/3\pi n a^3, \quad \rho_i = \rho_i^0 \alpha_i, \quad \rho = \rho_g + \rho_l & \end{aligned}$$

где  $a$  – радиус пузырьков,  $\gamma$  – показатель адиабаты для газа,  $p_i$  – давления фаз,  $\rho_i^0$  – истинные плотности фаз,  $\alpha_i$  – объемные содержания фаз,  $q$  – интенсивность теплообмена,  $n$  – число пузырьков в единице объема,  $w$  – радиальная скорость пузырьков,  $v_r$  и  $v_z$  – радиальная и осевая составляющие скорости. Нижними индексами  $i = l, g$  отмечены параметры жидкой и газовой фаз.

При описании радиального движения будем полагать, что  $w = w_A + w_R$ , где  $w_R$  определяется из уравнения Релея-Ламба,  $w_A$  определяется из решения задачи о сферической разгрузке на газовом включении радиуса  $a$ , находящемся в несущей жидкости в акустическом приближении [15]:

$$a \frac{dw_R}{dt} + \frac{3}{2} w_R^2 + 4\nu_l \frac{w_R}{a_j} = \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0}, \quad w_A = \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0 C_l \alpha_g^{1/3}},$$

где  $\nu_l$  – вязкость жидкости,  $C_l$  – скорость звука в «чистой» жидкости.

Жидкость берется акустически сжимаемой, газ – калорически совершенным

$$p_l = p_0 + C_l^2 (\rho_l^0 - \rho_{l0}^0), \quad p_g = \rho_g^0 B T_g,$$

где  $B$  – газовая постоянная. Здесь и далее индекс 0 внизу относится к начальному невозмущенному состоянию.

Тепловой поток  $q_g$  задается приближенным конечным соотношением [1]:

$$\begin{aligned} q_g = \text{Nu}_g \lambda_g \frac{T_g - T_0}{2a}, \quad \frac{T_g}{T_0} = \frac{p_g}{p_0} \left( \frac{a}{a_0} \right)^3, \\ \text{Nu}_g = \begin{cases} \sqrt{\text{Pe}_g}, & \text{Pe}_g \geq 100 \\ 10, & \text{Pe}_g < 100, \end{cases} \quad \text{Pe}_g = 12(\gamma_g - 1) \frac{T_0}{|T_g - T_0|} \frac{a |w|}{\kappa_g}, \quad k_g = \frac{\lambda_g}{c_g \rho_g}. \end{aligned}$$

Здесь  $T_0 = \text{const}$  – температура жидкости,  $\text{Nu}$  и  $\text{Pe}$  – числа Нуссельта и Пекле,  $k_g$  – коэффициенты теплопроводности газов,  $c_g$  и  $\lambda_g$  – теплоемкости и теплопроводности газов.

### Методика численного расчета

Для численного анализа задачи об эволюции волн давления в цилиндрическом канале, содержащем полусферический пристеночный пузырьковый кластер, уместно воспользоваться системой уравнений из предыдущего раздела, записанной в лагранжевых координатах. Основные положения методики расчета и принцип построения разностной схемы приведены в [16].

Начальные условия ( $t = 0$ ), соответствующие исходному состоянию среды в канале, имеют вид

$$p = p_0, \quad v_r = v_z = 0, \quad \rho = \rho_0 \quad \text{при } z > 0,$$

$$\begin{cases} (z - L_C)^2 + r^2 \leq R_{Cl}^2 : \alpha_g = \alpha_{g0}, \rho = \rho_{l0}^0 (1 - \alpha_{g0}), p_g = p_0, a = a_0, w = 0, \\ (z - L_C)^2 + r^2 \geq R_{Cl}^2 : \rho = \rho_{l0}^0, \end{cases}$$

где  $L_{Cl}$  – координата центра кластера по оси  $z$ , а  $R_{Cl}$  – его радиус. Сфера располагается на правой торцевой границе трубы.

Граничные условия: на оси симметрии ( $r_0 = 0$ ) и стенке трубы ( $r_0 = R_C$ ) – условие непротекания жидкости  $v_r = 0$ , на торцевой границе ( $z_0 = 0$ ) задается граничное давление в виде ступеньки

$$z_0 = 0: \quad p_l(r_0, t) = p_0 + \Delta p_{l0} \quad 0 < r_0 < R_C.$$

Отметим, что случай задания давления на границе соответствует разрыву мембраны между камерой высокого давления, заполненной газом, и рабочей камерой, заполненной исследуемой газожидкостной системой.

На другой торцевой границе ( $z_0 = L_C$ ) используется условие как на жесткой стенке  $v_z = 0$ .

### Результаты расчетов

Под воздействием граничного давления  $\Delta p(0, r) = p_0 + \Delta p_{l0}$  в канале формируется волна давления, которая распространяется вдоль положительного направления оси  $z$  и воздействует на торцевой полусферический пузырьковый кластер. Расчетная область имела следующие параметры: длина канала  $L_C = 1$  м, а его радиус  $R_C = 0.1$  м. Численные эксперименты проводились при следующих геометрических и теплофизических параметрах системы:  $\Delta p_0 = 0.5$  МПа,  $\rho_{l0}^0 = 1000$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_{g0}^0 = 1.29$  кг/м<sup>3</sup>,  $c_g = 1006$  Дж/кг\*К,  $\lambda_g = 0.026$  м\*кг/К\*с<sup>3</sup>,  $a_0 = 10^{-3}$  м,  $T_0 = 300$  К,  $p_0 = 0.1$  МПа.

В численных расчетах радиус пузырькового кластера  $R_{Cl}$  варьировался в диапазоне от 5% до 100% от радиуса канала с шагом 5%. Объемное содержание пузырьков в кластере  $\alpha_{g0}$  варьировалось от 0.001 до 0.03 с шагом 0.001.

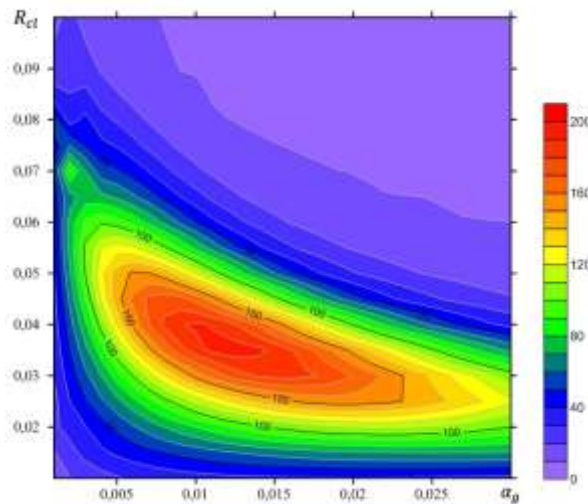


Рис. 2. Зависимость максимального давления от радиуса кластера  $R_{Cl}$  и начального объемного содержания пузырьков  $\alpha_{g0}$ .

По результатам компьютерного моделирования была построена карта зон достижения максимального давления в расчетной области в диапазоне выбранных начальных значений (рис. 2). Давление на рисунке измеряется в атмосферах. Согласно полученным данным, для полусферического кластера с радиусом более 60% от радиуса канала не наблюдается существенного усиления волны давления в результате взаимодействия с пузырьковой областью. Отсюда можно сделать вывод, что такой пузырьковый кластер служит в большей степени защитой торцевой стенки. Если же радиус кластера меньше 60% от радиуса канала, наблюдается совсем иная картина. Видно, что существует зона с аномальным усилением волны давления (выделена красным). Стоит отметить, что пиковое значение наблюдается не в одной точке карты, а «размывается» вдоль оси газосодержаний  $\alpha_g$ . А значит, протяженность пузырьковой области – ключевой фактор усиления или ослабления волны давления, но начальное объемное содержание определяет насколько это усиление возможно.

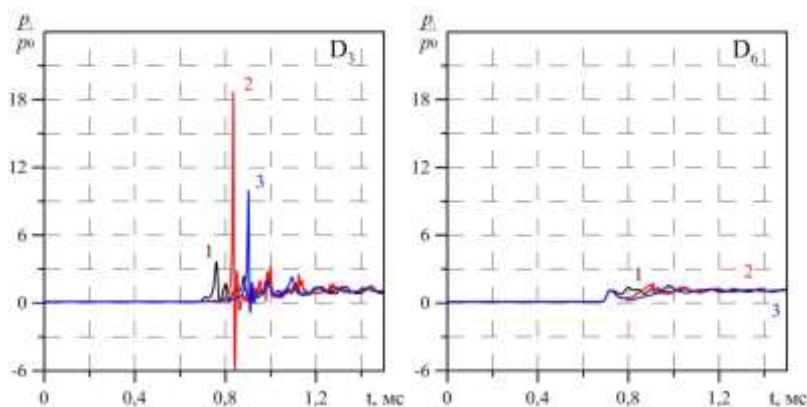


Рис. 3. Эпюры давления для датчиков D3 и D6 при  $R_{Cl} = 0.04$  м и  $\alpha_{g0} = 0.001$  (цифра 1), 0.01 (цифра 2), 0.02 (цифра 3).

На рис. 3 представлены эпюры давления для датчиков D3 и D6. Расположение датчиков следующее (оба датчика располагаются на правой торцевой стенке канала): D3 в середине канала, а D6 – на внешней стенке канала (см. рис. 1). Расчеты реализованы для радиуса кластера  $R_{Cl} = 0.04$  м. Линии черного цвета (цифра 1 на графиках) соответствуют начальному объемному содержанию пузырьков  $\alpha_{g0} = 0.001$ , красного (цифра 2) – 0.01 и синего (цифра 3) – 0.02. Результаты нормированы к  $p^0 = 1$  МПа. Согласно данным, максимальное давление в выбранных точках фиксируется датчиком D3. Из его показаний можно заключить, что для объемного содержания  $\alpha_{g0} = 0.001$ , когда скорость распространения волны в пузырьковой области порядка 440 м/с, протяженности кластера не достаточно для получения высоких показателей давления на торце канала. Для случая  $\alpha_{g0} = 0.02$  реализуется существенное усиление, но из-за низкой скорости волны в области (менее 100 м/с) потери энергии, обусловленные диссипацией, за время движения основного фронта к центру кластера не позволяют достичь более высокий показателей. В установленном наборе начальных условий оптимальным с точки зрения эффективной фокусировки давления, является объемное содержание  $\alpha_{g0} = 0.01$ . Датчик D6 фиксирует небольшие колебания давления на боковой стенке, но все они порядка начальной амплитуды. За счет геометрии задачи отраженная от торцевой стенки волна «размывается» в результате продвижения к боковым границам и началу канала.

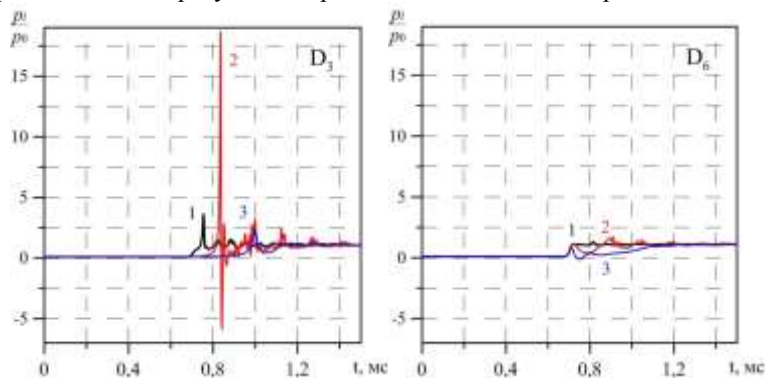


Рис. 4. Эпюры давления для датчиков D3 и D6 при  $\alpha_{g0} = 0.01$  и  $R_{Cl} = 0.01$  м (цифра 1), 0.04 м (цифра 2) и 0.07 м (цифра 3).

Для более подробного описания описанного эффекта представлены расчеты с фиксированным начальным объемным содержанием пузырьков  $\alpha_{g0} = 0.01$ . Кластер характеризуется следующими константами:  $R_{Cl} = 0.01$  м, 0.04 м и 0.07 м (рис. 4). Линии черного цвета (цифра 1 на графиках) соответствуют радиусу кластера  $R_{Cl} = 0.01$  м, красного (цифра 2) – 0.04 м и синего (цифра 3) – 0.07 м.

Согласно рис. 4 при радиусах 0.01 м и 0.07 м максимальное значение давления в расчетной области фиксируется примерно одинаковое и амплитуда волнового сигнала усиливается в 6 раз. Это подтверждает сформулированный тезис о том, что для данных начальных параметров и геометрии задачи определяющим является начальное объемное содержание. Как и на рис. 3, здесь стоит отметить сильную волну разгрузки (линия 2 красного цвета), которая может привести к откольным эффектам.

Настоящая работа является продолжением исследований, опубликованных в данном журнале авторами в предыдущие годы [17–18].

### Заключение

Исследована динамика волн в канале с водой, содержащем полусферический пузырьковый кластер на торцевой поверхности. Проанализировано влияние геометрии пузырьковой зоны и начального объемного содержания пузырьков на достижения максимальных значений амплитуды давления в расчетной области. Для выбранных параметров кластера установлено, что максимальное значение давления реализуется при радиусе кластера  $R_{Cl} = 0.04$  м и начальном объемном содержании пузырьков  $\alpha_{g0} = 0.01$ . Для радиуса пузырькового кластера более 60% от радиуса канала пузырьковый кластер проявляет защитные свойства при любых значениях начального объемного содержания пузырьков.

*Работа выполнена в рамках государственного задания Минобрнауки России в сфере научной деятельности, номер для публикаций АААА-А19-119022190031-5 «Численные, аналитические и экспериментальные методы в многофазных, термовязких и микродисперсных системах газогидродинамики».*

### ЛИТЕРАТУРА

1. Нигматулин Р. И. *Динамика многофазных сред*. М.: Наука, 1987. Ч. 1, 2.
2. Кутателадзе С. С., Накоряков В. Е. *Тепломассообмен и волны в газожидкостных системах*. Новосибирск: Наука, 1984.
3. Кедринский В. К. *Гидродинамика взрыва: эксперимент и модели*. Новосибирск: изд-во СО РАН, 2000.
4. Губайдуллин Д. А., Гафиятов Р. Н. Динамика волн в многофракционных пузырьковых жидкостях // *Инженерно-физический журнал*. 2017. Т. 90. №6. С. 1506–1511.
5. Шагапов В. Ш., Гималтдинов И. К. Об эволюции линейных волн при наличии пузырьковой завесы // *Инженерно-физический журнал*. 1998. Т. 71. №6. С. 987–992.
6. Shagapov V. S., Gimaltdinov I. K., Khabeev N. S., et al. Acoustic waves in a liquid with a bubble screen // *Shock Waves*. 2003. Vol. 13. P. 49–56.
7. Reyff J. A. Research Pays Off: Reducing Underwater Sounds with Air Bubble Curtains: Protecting Fish and Marine Mammals from Pile-Driving Noise. NAP, 2009.
8. Галимзянов М. Н., Гималтдинов И. К., Шагапов В. Ш. Двумерные волны давления в жидкости, содержащей пузырьки // *Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа*. 2002. №2. С. 139–147.
9. Нигматулин Р. И., Шагапов В. Ш., Гималтдинов И. К., Галимзянов М. Н. Двумерные волны давления в жидкости, содержащей пузырьковые зоны // *Доклады Академии Наук*. 2001. Т. 378. №6. С. 763–768.
10. Кедринский В. К., Шокин Ю. И., Вшивков В. А., Дудникова Г. И., Лазарева Г. Г. Генерация ударных волн в жидкости сферическими пузырьковыми кластерами // *Доклады Академии наук*. 2001. Т. 381. №6. С. 773.
11. Гималтдинов И. К., Кочанова Е. Ю. Фокусировка волны давления на границе пузырьковой жидкости // *Инженерно-физический журнал*. 2021. Т. 94. №2. С. 507–512.
12. Гималтдинов И. К., Гималтдинова А. А., Кочанова Е. Ю. О воздействии волны давления на твердую стенку, покрытую пузырьковой завесой конечных размеров // *Инженерно-физический журнал*. 2021. Т. 94. №5. С. 1205–1211.
13. Вараксин А. Ю. Гидродинамика и теплофизика двухфазных потоков: проблемы и достижения (обзор) // *Теплофизика высоких температур*. 2013. Т. 51. №3. С. 421–455.
14. Вараксин А. Ю. Двухфазные потоки с твердыми частицами, каплями и пузырями: проблемы и результаты исследований (обзор) // *Теплофизика высоких температур*. 2020. Т. 58. №4. С. 646–669.
15. Нигматулин Р. И., Шагапов В. Ш., Вахитова Н. К. Проявление сжимаемости несущей фазы при распространении волны в пузырьковой среде // *Доклады АН СССР*. 1989. Т. 304. №5. С. 1077–1081.
16. Гималтдинов И. К., Галимзянов М. Н., Кочанова Е. Ю. Динамика волны давления в цилиндрическом канале, содержащей кольцевую пузырьковую зону // *Инженерно-физический журнал*. 2023. Т. 96. №4. С. 1008–1016.
17. Галимзянов М. Н. Динамика импульсного сигнала в цилиндрическом канале с жидкостью, содержащем сферический пузырьковый кластер // *Вестник Башкирского университета*. 2022. Т. 27. №2. С. 275–286.
18. Галимзянов М. Н., Гималтдинов И. К., Агишева У. О. О фокусировке волн давления в тороидальном пузырьковом кластере // *Вестник Башкирского университета*. 2022. Т. 27. №1. С. 9–17.

*Поступила в редакцию 15.11.2024 г.*

DOI: 10.33184/bulletin-bsu-2024.4.3

**INVESTIGATION OF THE PRESSURE WAVES DYNAMICS IN LIQUIDS  
WITH A HEMISPHERICAL BUBBLE ZONE**© U. O. Agisheva<sup>1,2</sup>, M. N. Galimzyanov<sup>1,2\*</sup>, R. U. Yusupova<sup>2</sup>*<sup>1</sup>Ufa University of Science and Technologies  
32 Zaki Validi st., 450076 Ufa, republic of Bashkortostan, Russia.**Mavlyutov Institute of Mechanics, Ufa Federal Research Center of RAS  
71 Oktyabrya ave., 450054 Ufa, Republic of Bashkortostan, Russia.**\*Email: monk@anrb.ru*

The authors of the work studied two-dimensional axisymmetric wave disturbances in a pipe filled with water containing an end hemispherical bubble cluster made with a water-air bubble mixture. On the basis of results of numerical modeling, the dependence of the maximum pressure amplitude formed in the pipe on the geometric parameters of the cluster and the channel, as well as on the amplitude of the initial disturbance, was analyzed. It was established that for a hemispherical cluster with a radius of 60% or more of the channel radius, there is no amplification of the pressure wave for the considered initial volumetric concentrations. In cases where the cluster radius is less than 60% of the pipe radius, for the examined initial bubble contents, there exists a range of values for the volumetric gas content where a significant increase in wave amplitude is possible as a result of its interaction with the bubbly region.

**Keywords:** water-air bubble medium, bubbles, pressure wave, bubble curtain, bubble region, focusing.

*Received 15.11.2024.*