

АНАЛИЗ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ МАТРИЦЫ РЕАГЕНТОВ ДЛЯ ПРОЦЕССА БЕЗОБРЫВНОЙ ПОЛИМЕРИЗАЦИИ ДИЕНОВ

© Б. Л. Хашпер¹, Д. С. Юнусова¹, Г. К. Хисаметдинова^{1*},
О. Г. Кантор², Э. Р. Гиззатова¹

¹Уфимский университет науки и технологий
Россия, Республика Башкортостан, 450076 г. Уфа, ул. Заки Валиди, 32.

²Уфимский государственный нефтяной технический университет
Россия, Республика Башкортостан, 450064 г. Уфа, ул. Космонавтов, 1.

*Email: gulli_rgk@mail.ru

Статья посвящена анализу собственных значений матрицы реагентов для процесса безобрывной полимеризации диенов. Согласно законам химической кинетики выписана кинетическая модель процесса в виде соотношений для скоростей реакций. Анализ соотношений позволил выписать матрицу реагентов, собственные значения которой дают возможность оценить вклад различных веществ в скорость процесса и выявить его важные характеристики. В работе приведен ряд подобных матриц реагентов, для которых получены собственные значения как в действительной, так и в комплексной областях.

Ключевые слова: полимеризация диенов, химическая кинетика, система дифференциальных уравнений, матрица скоростей, собственные значения матрицы.

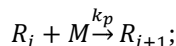
Введение

В последнее время методы математического моделирования становятся востребованы в различных отраслях научного знания [1–3]. Они позволяют проводить описание реального объекта посредством символьной математики, а анализ построенной модели – математическими методами [4–6]. Вообще говоря, математическое моделирование может быть применимо к широкому классу задач [7–9] и при этом дает возможность не только проводить оценку адекватности построенной математической модели реально существующему объекту [2; 3; 5], но и определять допустимые границы решений поставленных задач [3; 5; 10]. При описании химических процессов математическое моделирование позволяет перейти от кинетической к математической модели, и уже ее оценка и анализ выявляют критические точки поведения компонентов сложных химических процессов [7–8]. Поиск таких точек может вестись на формальном языке посредством матричных операций [11–14], в частности посредством процедуры определения собственных значений матрицы реагентов [15–16], и уже в дальнейшем на их основании можно прогнозировать появление кинетических закономерностей, связывающих реагенты процесса друг с другом. Они, в свою очередь, могут являться фиксированными ограничивающими соотношениями, регулирующими динамику скоростей процесса. Таким образом, методы математического моделирования становятся универсальным аппаратом исследования больших и малых реальных систем.

Постановка задачи исследования для процесса полимеризации

В рассмотрение вводится процесс безобрывной полимеризации диенов [3]. Кинетическая схема процесса содержит три элементарные стадии:

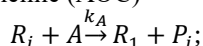
рост полимерной цепи



передача цепи на мономер (М)



передача цепи на алюмоорганическое соединение (АОС)



В принятых обозначениях R_i – растущая полимерная цепь с i звеньями; P_i – образованная полимерная цепь с i звеньями; M – мономер; A – АОС; k_p – константа скорости стадии роста полимерной цепи; k_M – константа скорости стадии передачи цепи на мономер; k_A – константа скорости стадии передачи цепи на АОС.

Необходимо заметить, что согласно уравнению Аррениуса каждая стадия имеет свою константу скорости:

$$k = k_0 e^{-\frac{E_a}{RT}}, \quad (2)$$

где k_0 – предэкспоненциальный множитель скорости стадии; E_a – энергия активации; R – универсальная газовая постоянная; T – температура стадии. Но поскольку процесс считается изотермическим и проводящимся в нормальных условиях, то константа скорости становится неизменяемой величиной в ходе процесса и сохраняет свое постоянное значение на всем протяжении процесса [4].

При описании различных химических процессов отправной точкой исследования является математическая модель, построенная согласно законам химической кинетики [2–3; 5]. Именно она является фундаментом, из которого выводятся закономерности и принципы внутреннего поведения химической системы [10]. В предположении образования цепей полимера с бесконечной длиной, в математической модели присутствуют дифференциальные уравнения, характеризующие динамику поведения каждого отдельно взятого реагента, в т.ч. растущих и образованных цепей полимера [2; 5].

В качестве начальных данных для системы используются начальная концентрация M : $M^{(0)} = M(0)$; начальная концентрация АОС: $A^{(0)} = A(0)$, а также начальная концентрация растущих полимерных цепей с единичной длиной звена, играющих роль активных центров полимеризационного процесса: $R_1^{(0)} = R_1(0)$.

Анализируя полученную систему, можно заметить, что совокупно в системе слагаемые ограничиваются четырьмя произведениями: MR_1 , $MR_{2,\infty}$, AR_1 , $AR_{2,\infty}$, где $R_{2,\infty} = \sum_{i=2}^{\infty} R_i$. Учитывая, что произведения есть скорости стадий без числовых значений констант скоростей, можно найти матрицу частных производных вида

$$\frac{\partial w}{\partial x},$$

$$w = (MR_1, MR_{2,\infty}, AR_1, AR_{2,\infty}), x = (R_1, R_{2,\infty}, M, A). \quad (3)$$

Тогда задачу исследования можно сформулировать следующим образом: для процесса безобрывной полимеризации диенов (1) определить собственные значения для матриц реагентов (3) и установить соотношения, связывающие полученные значения.

Таким образом, строя матрицу реагентов (3) и определяя различные комбинации ее строк и столбцов, можно получить соотношения, которыми связаны реагенты в самом процессе.

Анализ соотношений для собственных значений матрицы реагентов

Выстраивание строк и столбцов матрицы вида (3) для процесса (1) может предполагать следующую комбинацию:

$$\begin{pmatrix} MR_1 & MR_{2,\infty} & AR_1 & AR_{2,\infty} \\ R_1 & R_{2,\infty} & 0 & 0 \\ M & 0 & A & 0 \\ 0 & M & 0 & A \\ 0 & 0 & R_1 & R_{2,\infty} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M \\ R_1 \\ R_{2,\infty} \\ A \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Известно [11–12], что собственные значения определяются корнями характеристического уравнения [13–14], которое для матрицы (4) будет иметь вид:

$$\lambda^4 - \lambda^3(R_1 + R_{2,\infty}) + \lambda^2(R_1R_{2,\infty} - AR_1 - AM - MR_{2,\infty}) + \lambda(AR_1^2 + AMR_1 + AMR_{2,\infty} + R_{2,\infty}^2M) = 0. \quad (5)$$

Тривиальным корнем уравнения (5) является $\lambda_1 = 0$. Еще три корня находятся по теореме Виета [13] из соотношений

$$\begin{cases} \lambda_2 + \lambda_3 + \lambda_4 = R_1 + R_{2,\infty} \\ \lambda_2\lambda_3 + \lambda_3\lambda_4 + \lambda_2\lambda_4 = R_1R_{2,\infty} - AR_1 - AM - MR_{2,\infty} \\ \lambda_2\lambda_3\lambda_4 = -(AR_1^2 + AMR_1 + AMR_{2,\infty} + R_{2,\infty}^2M) \end{cases} \quad (6)$$

Тогда, если выразить λ_2 , решением системы (6) будут следующие выражения для собственных значений матрицы (4):

$$\begin{cases} \lambda_1 = 0 \\ \lambda_2 = \sqrt{-R_1R_{2,\infty} + AR_1 + AM + MR_{2,\infty}} \\ \lambda_3 = -\sqrt{-R_1R_{2,\infty} + AR_1 + AM + MR_{2,\infty}} \\ \lambda_4 = R_1 + R_{2,\infty} \end{cases} \quad (7)$$

Интерпретируя λ_4 как уравнение материального баланса, а λ_2 и λ_3 как некие внутренние параметры самой химической системы, которые должны соблюдаться в ходе процесса полимеризации, можно предположить, что процесс постоянно находится в состоянии сохранения массы веществ [15–16].

Таким образом, собственные значения матрицы реагентов (3) для этой комбинации (4) содержат два взаимно противоположных значения и одно, которое характеризует материальный баланс системы.

Результаты вычислительного эксперимента

Исследование процесса безобрывной полимеризации привело к анализу матрицы реагентов вида (3). Здесь вычислительный эксперимент заключался в анализе собственных значений матрицы при смене столбцов или строк местами. Если поменять местами ряды матрицы (4), то один из случаев будет иметь вид:

$$\begin{matrix} MR_{2,\alpha} & MR_1 & AR_1 & AR_{2,\alpha}; \\ \begin{pmatrix} R_{2,\alpha} & R_1 & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 & A \\ M & 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & R_1 & R_{2,\alpha} \end{pmatrix} & \begin{matrix} M \\ R_{2,\alpha} \\ R_1 \\ A \end{matrix} \end{matrix}. \quad (8)$$

Уже для этой матрицы (8) парные собственные значения переходят в комплексную область, но если допустить их приближение к какому-либо конкретному действительному числу, то можно заметить, что они практически нулевые.

Вообще говоря, смена рядов матрицы (4) и поиск ее собственных значений во всех интерпретациях позволяют сделать вывод [16]:

- 1) для всех видов перестановок рядов существует хотя бы одно нулевое собственное значение, из оставшихся трех всегда есть пара сопряженных;
- 2) некоторые собственные значения, принадлежащие множеству как действительных, так и комплексных чисел, равны элементам, стоящим на главной диагонали;
- 3) получаемые собственные значения всегда представляют собой суммарную комбинацию из R_1 , $R_{2,\alpha}$, M , A ;
- 4) собственные значения, принадлежащие множеству комплексных чисел, во-первых, являются сопряженными, во-вторых, в предельном значении ($t \rightarrow \infty$) могут быть приравнены к нулю. Следовательно, в подобных наборах из четырех собственных значений три значения будут являться нулями, а одно – суммой компонент, стоящих на главной диагонали в выбранной комбинации строк и столбцов.

Относительно комплексных собственных значений, можно утверждать, что они получаются:

- 1) при появлении всех нулей на главной диагонали:

$$\begin{pmatrix} 0 & A & 0 & R_1 \\ 0 & 0 & A & R_{2,\alpha} \\ R_1 & M & 0 & 0 \\ R_{2,\alpha} & 0 & M & 0 \end{pmatrix};$$

- 2) при появлении только одного участника из R_1 , $R_{2,\alpha}$, M , A , например, как в матрице:

$$\begin{pmatrix} 0 & A & 0 & R_1 \\ R_{2,\alpha} & 0 & M & 0 \\ 0 & 0 & A & R_{2,\alpha} \\ R_1 & M & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

- 3) когда на главной диагонали появляется одна из несовместных пар MA или $R_1R_{2,\alpha}$:

$$\begin{pmatrix} R_1 & M & 0 & 0 \\ R_{2,\alpha} & 0 & M & 0 \\ 0 & A & 0 & R_1 \\ 0 & 0 & A & R_{2,\alpha} \end{pmatrix};$$

- 4) в случае одновременного появления на главной диагонали матрицы типа (4) всех участников:

$$\begin{pmatrix} R_1 & 0 & M & 0 \\ R_{2,\alpha} & M & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A & R_1 \\ 0 & A & 0 & R_{2,\alpha} \end{pmatrix}.$$

Если же собственные значения матриц типа (4) имеют действительные значения, то сами матрицы на главной диагонали содержат одну из троек и именно она дает тройку собственных значений: 1) R_1, M, R_1 ; 2) $R_{2,\alpha}, M, R_{2,\alpha}$; 3) M, R_1, M ; 4) $M, R_{2,\alpha}, M$; 5) R_1, A, R_1 ; 6) $R_{2,\alpha}, A, R_{2,\alpha}$; 7) A, R_1, A ; 8) $A, R_{2,\alpha}, A$. Причем в каждой из этих троек одно собственное значение (парное) появляется как отдельное значение λ_4 , а два других сопряжены. Так, собственные значения матрицы

$$\begin{pmatrix} R_1 & M & 0 & 0 \\ R_{2,\alpha} & 0 & 0 & M \\ 0 & A & R_1 & 0 \\ 0 & 0 & R_{2,\alpha} & A \end{pmatrix} \quad (9)$$

будут иметь вид:

$$\begin{cases} \lambda_1 = 0, \\ \lambda_2 = \frac{A}{2} + \frac{R_1}{2} + \sqrt{\frac{A^2 - 2AR_1 + R_1^2 + 4MR_{2,\infty}}{2}}, \\ \lambda_3 = \frac{A}{2} + \frac{R_1}{2} - \sqrt{\frac{A^2 - 2AR_1 + R_1^2 + 4MR_{2,\infty}}{2}}, \\ \lambda_4 = R_1 \end{cases}$$

Однако, в приближении, λ_2 можно взять равным A , а λ_3 равным R_1 . Следовательно, собственные значения практически повторили элементы главной диагонали.

Таким образом, можно предположить, что действительные собственные значения отождествляют аналоги скоростей реакций (1), которые были заложены изначально. То есть, они показывают прямую (конъюнктивную) взаимосвязь между компонентами реакций, а таких взаимосвязей для данного процесса только четыре: MR_1 , $MR_{2,\infty}$, AR_1 , $AR_{2,\infty}$. Появление комплексных собственных значений показывает наличие превалирующих компонент или их суммарных комбинаций из R_1 , $R_{2,\infty}$, M , A .

Заключение

В результате работы апробирована методика поиска собственных значений матриц (3), выписанных по математической модели безобрывной полимеризации диенов (1). Полученные результаты свидетельствуют, что анализ матриц, подобных виду (3), по их собственным значениям может предсказать, какие прямые взаимосвязи между реагентами могут быть установлены в химическом процессе. Этим устанавливается эффективность анализа собственных значений матрицы реагентов для оценки вклада различных веществ в скорость реакции. Таким образом, получаемые из матрицы реагентов собственные значения и их связи могут свидетельствовать о характеристиках процесса и отождествлять его важные математические соотношения.

ЛИТЕРАТУРА

- Самарский А. А., Михайлов А. П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. 2002. 320 с. [Samarsky A. A., Mikhailov A. P. Mathematical Modeling: Ideas. Methods. Examples. 2002. 320 c.].
- Максютова Э. Р. Кинетические модели ионно-координационной полимеризации диенов: дис. ... канд. физ.-мат. наук. Уфа: БашГУ, 2003. [Maksyutova E. R. Kinetic models of the coordination-ionic polymerization of dienes: Cand. Phys. Math. Sci. thesis. Ufa: Bashkir State University, 2003].
- Гиззатова Э. Р., Спивак С. И. Об обратных задачах математического моделирования полимеризационных процессов. В сб.: ММПС: Мат. III Всерос. науч.-практ. конф. с междунар. уч. Стерлитамак, 2014. С. 23–26. [Gizatova E. R., Spivak S. I. On inverse problems in mathematical modeling of polymerization processes. In: MMPS: Proceedings of III All-Russian Science-Practical Conference with International Participation. Sterlitamak, 2014. P. 23–26].
- Воробьев А. Х., Богданов А. В. Кинетика нелинейных химических систем. Учебное пособие. М.: МГУ, 2019. 158 с. [Vorobyov A. Kh., Bogdanov A. V. Kinetics of nonlinear chemical systems. Textbook. Moscow: Moscow State University, 2019. 158 p.].
- Коледина К. Ф., Коледин С. Н., Губайдуллин И. М. Обратная кинетическая задача в сложных неизоотермических процессах. В сб.: УОМШ: Мат. междунар. науч. конф. Уфа, 2021. С. 206–208. [Kodelina K.F., Kodelin S.N., Gubaidullin I.M. The inverse kinetic problem in complex non-isothermal processes. In: UOMSH: Proceedings of the International Science Conference. Ufa, 2021. P. 206–208].
- Закриев С. Е., Квурт Ю. П. Новый подход к математическому моделированию химической кинетики полимеризации // Математические методы в технике и технологиях. 2022. №4. С. 36–40. [Zakiev S. E., Kvurt Yu. P. A new approach to mathematical modeling of the chemical kinetics of polymerization // Mathematical Methods in Engineering and Technology. 2022. No. 4. P. 36–40].
- Сигаева Н. Н., Сaitova Ф. Ф., Глухов Е. А. и др. Молекулярные характеристики 1,4-транс-полиизопрена, кинетическая неоднородность и природа алюминийорганического соединения ванадийсодержащих каталитических систем // Вестник Башкирского университета. 2005. Т. 10. №1. С. 55–59. [Sigaeva N. N., Saitova F. F., Glukhov E. A., et al. Molecular characteristics of 1,4-trans-polyisoprene, kinetic heterogeneity, and the nature of organoaluminum compounds in vanadium-containing catalytic systems // Bulletin of Bashkir University. 2005. Vol. 10. No. 1. P. 55–59].
- Гареев А. Р., Сигаева Н. Н., Муллагалиев И. Р. и др. Распределения по стереорегулирующей способности и кинетической неоднородности активных центров титансодержащей каталитической системы при полимеризации бутадиена // ДАН. 2005. Т. 404. №5. С. 646–649. [Gareev A. R., Sigaeva N. N., Mullagaliev I. R., et al. Distribution of stereoregulating ability and kinetic heterogeneity of active centers in a titanium-containing catalytic system during butadiene polymerization // DAN. 2005. Vol. 404. No. 5. P. 646–649].
- Герасев А. П. Термодинамика необратимых процессов в изотермическом зерне катализатора // Журнал физической химии. 2025. Т. 99. №8. С. 1139–1146. [Gerasev A. P. Thermodynamics of irreversible processes in an isothermal catalyst grain // Journal of Physical Chemistry. 2025. Vol. 99. No. 8. P. 1139–1146].
- Гиззатова Э. Р., Подвальный С. Л., Спивак С. И. Поиск кинетических констант при моделировании процессов полицентровой безобрывной полимеризации диенов // Вестник ВГТУ. 2020. Т. 16. №5. С. 13–18. [Gizatova E. R., Podvalny S. L., Spivak S. I. Search for kinetic constants in modeling the processes of polycentric continuous polymerization of dienes // Vestnik VGTU. 2020. Vol. 16. No. 5. P. 13–18].
- Бердников А. С., Соловьев К. В., Краснова Н. К. Взаимно-однородные функции с матрицами конечного размера // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского гос. политех. ун-та. Физико-математические науки. 2020. Т. 13. №2. С. 72–88. [Berdnikov A. S., Solovuyov K.V., Krasnova N.K. Homogeneous functions with matrices of finite size // Scientific and Technical Bulletin of St. Petersburg State Polytechnic University. Physics and Mathematics Sciences. 2020. Vol. 13. No. 2. P. 72–88].
- Каримов С., Акматов А. А. Исследование решений системы сингулярно возмущенных дифференциальных уравнений, когда собственные значения матрицы имеют мнимые части // Вестник Омского гос. ун-та. 2021. Т. 1. №1. С. 61–70. [Karimov S., Akmatov A. A. Study of solutions to a system of singularly perturbed differential equations when the eigenvalues of the matrix have imaginary parts // Bulletin of Osh State University. 2021. Vol. 1. No. 1. P. 61–70].

13. Анисова Т. Л., Евсеева О. А., Чуев В. Ю. Применение теоремы Виета к решению некоторых задач с параметрами // Современные проблемы науки и образования. 2021. №3. С. 59. [Anisova T. L., Evseeva O. A., Chuev V. Yu. Application of Vieta's theorem to the solution of certain problems with parameters // Modern Problems of Science and Education. 2021. No. 3. P. 59].
14. Кыров В. А. Решение некоторых систем функциональных уравнений, связанных с комплексными, двойными и дуальными числами // Итоги науки и техники. Современная математика и ее приложения. Тематические обзоры. 2023. Т. 229. С. 37–46. [Kurov V. A. The solution of certain systems of functional equations related to complex, dual, and dual-complex numbers // Results of Science and Technology. Modern Mathematics and Its Applications. Thematic Reviews. 2023. Vol. 229. P. 37–46].
15. Хашпер Б. Л., Юнусова Д. С., Гиззатова Э. Р. Оценка влияния собственных значений матрицы скоростей на решение прямой кинетической задачи для процесса полимеризации // Нефтегазовое дело [сетевое издание]. 2025. №5. С. 181–198. [Khashper B. L., Yunusova D. S., Gizzatova E. R. Assessment of the influence of the eigenvalues of the velocity matrix on the solution of the direct kinetic problem for the polymerization process // Oil and Gas Business [online journal]. 2025. No. 5. P. 181–198]. URL: https://ogbus.ru/files/ogbus/issues/5_2025/ogbus_5_2025_p.181-198.pdf
16. Khashper B. L., Yunusova D. S., Khisametdinova G. K., Gizzatova E. R. Search for a velocity matrix for the continuous polymerization of dienes. In: 2025 7th International Conference on Control Systems, Mathematical Modeling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA), Lipetsk. Lipetsk, 2025. P. 446–449.

Поступила в редакцию 24.02.2024 г.

DOI: 10.33184/bulletin-bsu-2026.3.1

**ANALYSIS OF THE EIGENVALUES OF THE REAGENT MATRIX
FOR THE NON-BREAK POLYMERIZATION OF DIENES****© B. L. Khashper¹, D. S. Yunusova¹, G. K. Khisametdinova^{1*},
O. G. Kantor², E. R. Gizzatova¹**¹*Ufa University of Science and Technology,
32 Zaki Validi st., 450076 Ufa, Republic of Bashkortostan, Russia.*²*Ufa State Petroleum Technological University,
1 Cosmonautov st., 450064 Ufa, Republic of Bashkortostan, Russia.***Email: gulli_rgk@mail.ru*

The article is devoted to the analysis of the eigenvalues of the reagent matrix for the process of continuous polymerization of dienes. According to the laws of chemical kinetics, a kinetic model of the process is written out in the form of relations for reaction rates. The analysis of the relations made it possible to write out a reagent matrix, the eigenvalues of which make it possible to estimate the contribution of various substances to the rate of the process and to reveal its important characteristics. The work presents a number of similar reagent matrices for which eigenvalues are obtained both in the real and complex domains.

Keywords: diene polymerization, chemical kinetics, system of differential equations, velocity matrix, matrix eigenvalues.

*Received 24.02.2026.***Об авторах / About the authors****ХАШПЕР Белла Леонидовна**

Уфимский университет науки и технологий,
ассистент кафедры математического
и компьютерного моделирования,
Институт информатики, математики и робототехники.
Email: bellakhashper@gmail.com

KHASHPER Bella Leonidovna

Ufa University of Science and Technology,
Assistant of the Department of Mathematical
and Computer Modeling,
Institute of Informatics, Mathematics, and Robotics.
Email: bellakhashper@gmail.com
ORCID: 0000-0001-5247-7570.

ЮНУСОВА Дарья Сергеевна

Уфимский университет науки и технологий,
кандидат физико-математических наук, доцент,
доцент кафедры управления информационной безопасностью,
Институт информатики, математики и робототехники.
Email: kazakova_d_s@mail.ru

YUNUSOVA Darya Sergeevna

Ufa University of Science and Technology,
Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
Docent, Associate Professor of the Department
of Information Security Management,
Institute of Informatics, Mathematics, and Robotics.
Email: kazakova_d_s@mail.ru
ORCID: 0000-0002-0692-0620.

ХИСАМЕТДИНОВА Гульназ Курбангалеевна

Уфимский университет науки и технологий,
кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры математического моделирования
Институт информатики, математики и робототехники.
Email: gulli_rgk@mail.ru

KHISAMETDINOVA Gulnaz Kurbangaleevna

Ufa University of Science and Technology,
Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
Associate Professor of the Department
of Mathematical Modeling,
Institute of Informatics, Mathematics, and Robotics.
Email: gulli_rgk@mail.ru
ORCID: 0009-0000-0918-1598.

КАНТОР Ольга Геннадиевна

Уфимский государственный нефтяной технический университет,
доктор физико-математических наук, доцент,
зав. кафедрой корпоративных финансов и учетных технологий.
Email: bua1996@yandex.ru

KANTOR Olga Gennadievna

Ufa State Petroleum Technological University,
Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Docent,
Head of the Department of Corporate Finance
and Accounting Technologies.
Email: bua1996@yandex.ru
ORCID: 0000-0002-3186-3285.

ГИЗЗАТОВА Эльвира Раисовна

Уфимский университет науки и технологий,
доктор физико-математических наук,
профессор кафедры математического моделирования,
Институт информатики, математики и робототехники.
Email: makella@rambler.ru

GIZZATOVA Elvira Raisovna

Ufa University of Science and Technology,
Doctor of Physical and Mathematical Sciences,
Professor of the Department of Mathematical Modeling,
Institute of Informatics, Mathematics, and Robotics.
Email: makella@rambler.ru
ORCID: 0000-0002-5726-4328.